

時計の時刻合わせから立証する特殊相対論の破れ V

(2010年4月3日に投稿した修正英論文 V の概略)

須藤 晃 俊

本論ではアインシュタインがすべて同等とみなした慣性系を“本来の静止系”と“条件付きの静止系”に分類する。

“本来の静止系”とは、その座標系ではアインシュタインが提案した時計の時刻合わせを行なわなくても、光は彼の座標系の光源に対して等方的に伝播していて、時計の時刻も絶対的な意味で一致している座標系である。

一方“条件付きの静止系”とは、その座標系の観測者が自分の座標系が静止系であり、光は彼の座標系の光源に対して等方的に伝播すると主張するためには、観測者はアインシュタインが提案した時計の時刻合わせの方法を用いて、彼の座標系の時計の時刻を合わせる必要がある座標系である。

本論では特殊相対論で同等な慣性系と見なされている“条件付きの静止系”に対して、等速度運動している棒の座標系を考えた。そしてその棒の座標系の観測者が、棒の両端の時計の時刻をアインシュタインの方法によって合せるために実際に調整する時間と、彼が特殊相対論を適用して予測する調整値を比較すると、両者が一致しないことが明らかになった。

実験値と理論値に不一致が生じる原因は、アインシュタインがその存在を否定した“条件付きの静止系”に関与している未知の速度 v である。

アインシュタインは特殊相対論を導く際に、慣性系はすべて同等であるとみなしたが、本論はアインシュタインのその見解は誤りであると結論する。

I. 序 論

19世紀末、当時の物理学者の多くは光を伝える媒質の役目をになうエーテルの存在を確信し、エーテルは“絶対静止”の状態にあると考えた。

マイケルソンとモーリーはエーテルに対する地球の運動、すなわち絶対速度を検出しようと試みた。しかし彼らの実験からは期待する結果が得られなかった[1]。

マイケルソンはエーテルは運動する地球の表面に対して静止している(地球に随伴している)と結論し、期待された効果が検出できなかった理由を説明した。

一方ローレンツは“絶対静止系”に対する地球の運動を確信していたので、エーテルに対し

て速度 v で運動する物体は、進行方向の長さが $\sqrt{1-(v/c)^2}$ 倍に収縮するという仮説を提案してその場を凌いだ[2].

マイケルソンの考えでは地球の実験室から放出された光は等方的に伝播するが、ローレンツの解釈では光は非等方的に伝播する (Appendix A参照).

ところがアインシュタインは1905年に発表した特殊相対論の論文の中で、特別な性質を与えられた“絶対静止空間”は物理学には不要であり、エーテルの概念の導入を許すような特別な座標系は存在しないと主張した[3].

当時のアインシュタインの目的は、ローレンツやポアンカレのようにマイケルソン-モーリー実験で期待された効果が生じなかった理由を説明することではなく、電磁気学に現れる非対称を解消するための座標系間の変換式を求めることであった.

そしてアインシュタインは特殊相対論構築の際に、光が同じ長さの光路をもつ 2 つの反射鏡に同時刻に到着すると定義によって決めた.

したがってアインシュタインは光が 2 つの反射鏡に到着した時間が、絶対的同時か否かの問題には答えていない.

しかし本論はこの問題に決着を付ける思考実験を提示する.

II. アインシュタインが提案した“時計の時刻合わせ”から導く“光速不変の原理II”と光の伝播の等方性

アインシュタインは新しい物理学を構築する際に、絶対静止空間のような特別な座標系は必要ないと考えた. またアインシュタインは絶対座標が存在するとしても、それに対する速度を確かめる方法がないから、このような仮想的な座標系を想定して物理学を構築すべきでないと主張した.

そしてアインシュタインはこのような座標系に対する絶対速度には触れずに、慣性系間の相対速度をたよりにして特殊相対論を導いたが、その際彼はある慣性系にある 2 個の時計の同時刻を光の信号を用いて決める方法を提案した.

本章では先ず、アインシュタインが特殊相対論を構築するときに重要な役割を果たした“同時刻の相対性”について確認する.

いま空間内の A 点と B 点に正確に同じテンポで時を刻む時計 A と時計 B がある場合を考える. アインシュタインは光が A 点から B 点に到着するのに要する時間は、光が B 点から A 点に到着するのに要する時間に等しいと定義によって決めれば、2 個の時計の時刻を比べる

ことが可能であると主張した(同時刻の操作的定義) [4].

つまり時計 A の時刻が t'_A のときに光が A 点から B 点に向かって出発し, 時計 B の時刻が t'_B のときに B 点に到着して反射され, 時計 A の時刻が t'_A のときに A 点に戻ってくれば, これらの時刻の間には次の関係が成立する.

$$t'_B - t'_A = t'_A - t'_B. \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}(t'_A + t'_A) = t'_B. \quad (2)$$

アインシュタインはこれらの関係が成立するとき, その座標系における 2 個の時計の時刻は一致していると定義によって決めた.

さてここで静止系に一本の棒が置いてあるとしよう. そしてその棒の両端にある時計 A と時計 B は, 静止しているときにアインシュタインの方法によって時刻を合わせておくものとする.

その後この棒が静止系に対して等速度運動を始めるとしよう. このとき棒の座標系の観測者は, 棒の両端の時計の時刻が運動系の同時刻となるように, 改めて時計の時刻を調整する必要が生じる.

この時間の再調整を行なわないと, この観測者は棒の座標系で光速不変の原理が成立すると主張することができないし, 光は彼の座標系の光源に対して等方的に伝播すると主張することもできない.

アインシュタインはお互いに相対運動している慣性系はすべて同等だから, あらゆる慣性系の観測者は, 自らの座標系を静止系と見なして良いと考えた. しかし自分のいる座標系が静止系であると主張するためには, その座標系の観測者はアインシュタインが提案した時計の時刻合わせを行なうことが前提となる.

ここで本論はすべての慣性系をその座標系での光の伝播の観点から, “本来の静止系”と“条件付きの静止系”に分類する.

先ず“本来の静止系”であるが, この座標系の時計の時刻は絶対的な意味で一致している. したがってこの座標系ではアインシュタインが導入した時計の時刻合わせを行なう必要がない. このような座標系での光の伝播を“アприオリな”等方的伝播と呼び, 後に“光速不変の原理 II”を説明するとき用いる等方的伝播と区別しておく. 一般にすべての慣性系で光が等方的に伝播すると主張できるのは, その座標系の時計の時刻をアインシュタインの方法に基づいて合わせた場合である. アインシュタインが提案した“同時刻の相対性”は, ある慣性系で時刻を合わせた 2 個の時計が絶対的に一致していると主張している訳ではない. 本論で定

義する“本来の静止系”とは、この座標系の x 軸の原点にある光源から放出された光が、 $x = \pm L$ の地点に絶対的同時刻に到着する座標系である。

一方“条件付きの静止系”とは、“本来の静止系”に対して等速度運動している座標系を指す。

アインシュタインの“光速不変の原理”によれば、光速は光源の速度に依存しないで、常に一定である(光速不変の原理 I)。

つまり光を放出する光源の速度が異なる場合でも、ある光が他の光を追い越すことはない。

“本来の静止系”の観測者は、彼の座標系に対して等速度運動している“条件付きの静止系”上の光の伝播に“光速不変の原理 I”を適用する。そして光は彼のいる“本来の静止系”に対してアприオリな等方的伝播をするから、この静止系に対して運動している“条件付きの静止系”では、光は非等方的に伝播すると判断する。

しかし運動を始めた座標系でも、この観測者は光がその座標系上の時計 B と時計 A に到達するときが同時刻となるように、その座標系の時計の時刻を調整すれば、この座標系でも光は等方的に伝播すると主張できるようになる。このような時間の調整を実施することによって成立できる原理を“光速不変の原理 II”と呼ぶ。

結局“本来の静止系”の観測者は、運動系での光の非等方的な伝播を“光速不変の原理 I”で説明し、運動する座標系の観測者は彼の座標系の光の等方的な伝播を“光速不変の原理 II”で説明する。この 2 つの原理はその座標系でアインシュタインが提案した時計の時刻合わせを行なうことによって、矛盾なく共存できるのである。

“条件付きの静止系”とはその座標系の観測者が自分の座標系が静止系であると主張したり、光は彼の座標系の光源に対して等方的に伝播すると主張するためには、アインシュタインの方法を用いて、自らの座標系の時計の時刻を合わせる必要がある座標系である。

また別の表現をすれば、“条件付きの静止系”とはその静止系に静止していた別の座標系がその静止系に対して等速度運動を始めたときに、運動を始めた座標系の観測者が再び時計の時刻を合わせないと、静止系の地位を保てない座標系である。

このように“光速不変の原理 II”は、運動系の速度が変化する度に観測者がその座標系の時計の時刻を合わせないと、存続できない人為的な原理であることを我々は認識しておく必要がある。

さて本論はこの 2 つのタイプの静止系上のどちらかに静止していたときに、予め両端の時

計の時刻を合わせておいた棒を等速度で運動させる。

そして棒の座標系の観測者が実際に時計を調整する時間と、その観測者が特殊相対論を適用して求めた予測値を比較する。本論ではこの 2 つの時間が一致しない思考実験も提示する。

ところで“光速不変の原理”は通常 3 つの意味で用いられている。我々はそのことをあまり意識していないが、注意すべきことなので以下で再確認しておく。

いま地球上で等速度運動している列車の中央に設置された光源から、光が列車の前後に向かって放出されたとしよう。そしてこの光の伝播の状況を地上のプラットフォームに静止している観測者が観察するとしよう。

プラットフォームの観測者は、列車の座標系の光の伝播に“光速不変の原理 I”を適用して、光は光を放出した静止系の点に近づいてくる列車の後方に先に到着し、列車の前方には遅れて到着すると判断する。

ところが列車内の観測者は自分の座標系を静止系と考えて“光速不変の原理 II”を適用するために、光は列車の前後に同時に到着すると考える。あるいは光が列車の前後に同時に到着すると主張できるように、必要ならば列車内の両端の時計の時刻を調整するから、列車の座標系で“光速不変の原理 II”が成立することになる。

そして最後は“光速不変の原理 III”であるが、実験装置の中央に設置された光源から放出された光は光源に対して等方的に伝播し、光源から等距離にありかつ光源から互いに垂直方向に設置された 2 つの反射鏡 A と B に、同時刻に到着し、同時刻に戻ってくる。いま光源から反射鏡までの距離(腕の長さ)を L 、光が往復に要する時間を t とすると、光速 c は $2L/t$ で求められるが、この値は常に一定となる(光速不変の原理 III)。

ただしこの場合に光が反射鏡 A と B に到着する時刻が絶対的同時刻か、それともアインシュタインによって定義されたその座標系での同時刻か、別の表現をすれば、この座標系が“本来の静止系”かそれとも“条件付きの静止系”かについては、現在我々はそれを確認できる手段を持っていない。

これらの状況を理解するには、カリフォルニア工科大学が作成した学生向けの教材が非常に参考になる[5]。

以下で行なう本論の思考実験では、光の伝播の状況、及び等速度運動する棒の収縮、あるいは運動する座標系内の時間の遅れは、すべてこの教材に基づいた予測であることを強調しておく。以上のことを確認したのち、時計の時刻合わせをアインシュタインの指示にした

がって実際に行なう。

III. 運動する座標系の時計の時間調整

いま静止している物指しで測って長さ L の剛体の棒 1 の軸が、静止系の x 軸のプラス方向に沿って等速度 v で運動している場合を考える (図 1 参照)。

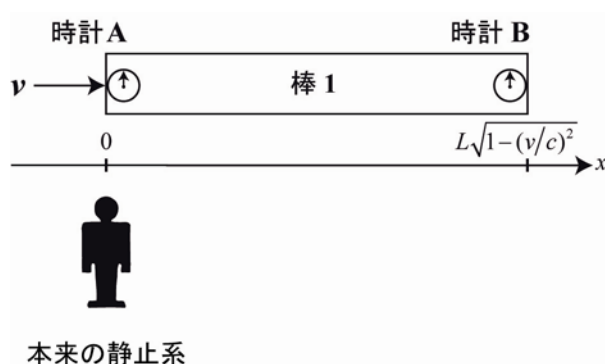


図 1. 棒 1 が“本来の静止系”に対して等速度 v で運動している. この棒の両端の A 点と B 点には時計 A と時計 B が設置されていて, これらの時計の時刻は時計が静止していたときに一致させておく.

ただし本論で考察する棒の速度は, 特殊相対論の適用が必要となるような高速であるとする.

この棒 1 の左右の両端 A 点と B 点には同種の時計 A と時計 B が置いてあるが, それらの時計は静止していた時に時刻を合わせておくものとする.

本論では先ずこれらの時計の時刻が, 運動系における同時刻となるように時計の時間調整を試みる.

いま棒 1 の座標系の時計 A の時刻が t'_A のときに, 光が棒の後端の A 点から前方の B 点に向かって出発し, 時計 B の時刻が t'_B のときに B 点に到着し, 時計 A の時刻が t'_A のときに A 点に戻ってくるとする. この運動系の時刻 t'_A, t'_B, t'_A には, 静止系の時刻 t_A, t_B, t_A が対応するものとする.

ここで本論で思考実験を行なう際に指針とするために, アインシュタインの論文を以下で引用しておく[6].

“We imagine further that at the two ends A and B of the rod, clocks are placed which synchronize with the clocks of the stationary system, that is to say that their indications correspond at any instant to the “time of the stationary system” at the places where they happen to be. These clocks are therefore “synchronous in the stationary system.”

We imagine further that with each clock there is a moving observer, and that these observers apply to both clocks the criterion established in § 1 for the synchronization of two clocks. Let a ray of light depart from A at the time t_A , let it be reflected at B at the time t_B , and reach A again at the time t'_A . Taking into consideration the principle of the constancy of velocity of light we find that

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{c - v} \quad \text{and} \quad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{c + v}$$

where r_{AB} denotes the length of the moving rod—measured in the stationary system.”

* “Time” here denotes “time of the stationary system” and also “position of hands of the moving clock situated at the place under discussion.”

この部分の表現は曖昧であるが、ここでこの時間間隔の計測を行なうのは運動系の観測者ではなく、静止系の観測者であることを確認しておく。またこの時間 t_A, t_B, t'_A は運動系の時計の時間ではなく、静止系の時計で計測した時間であることも併せて確認しておく。それは $(t_B - t_A)$ と $(t'_A - t_B)$ には、運動系における時計の時間の遅れが考慮されていないことから明らかである。またこの論文は次のように続く。

“Observers moving with the moving rod would thus find that the two clocks were not synchronous, while observers in the stationary system would declare the clocks to be synchronous.”

結局棒が静止してしたときに時刻を合わせた棒の両端の時計が運動を始めたときには、2個の時計が運動系における同時刻となるように、再度時間調整を行なう必要が生じる。本論では実際に調整すべき時間の予測を以上で引用したアインシュタインの論文に基づいて行なうこととする。

ところで特殊相対論によれば運動する棒は進行方向に $\sqrt{1-(v/c)^2}$ 倍に収縮するから、光が A 点から B 点に到着するのに要する時間を静止系の時計で $(t_B - t_A)$ 秒とすると、

$$t_B - t_A = \frac{L\sqrt{1-(v/c)^2}}{c-v} \quad (\text{sec.}) \quad (3)$$

式(3)の $c-v$ は光速が光源の速度に依存することを意味するものではない。

ところでアインシュタインは特殊相対論を構築する際に、次の“光速不変の原理”を提案した[7].

“Any ray of light moves in the “stationary” system of co-ordinates with the determined velocity c , whether the ray be emitted by a stationary or by a moving body. Hence

$$\text{velocity} = \frac{\text{light path}}{\text{time interval}} \text{ ,”}$$

Namely,

$$\frac{2AB}{t'_A - t_A} = c \text{ ,}$$

to be a universal constant — the velocity of light in empty space.”

この原理の最初の部分は“光速不変の原理 I”に関する記述である。また Hence 以下は“光速不変の原理 III”に関する記述である。

棒の後端の A 点から放出される光は、静止系の光源から放出される光と同じ速さで伝播する。この光の伝播を静止系の観測者が見た場合、光が棒の後端から棒の前端の B 点に到着するまでの間に、B 点は静止系の光源から遠ざかってしまう (図 2 参照)。

したがって光が長さ $L\sqrt{1-(v/c)^2}$ の棒の両端を通過するのに要する時間を静止系の観測者の時計で計測した場合には、単純に $L\sqrt{1-(v/c)^2}/c$ 秒とはならない。

結局静止系の観測者の計測では、光が A 点から B 点に到着するのに要する時間 $(t_B - t_A)$ は、光が B 点から A 点に戻ってくるのに要する時間 $(t'_A - t_B)$ よりも長くなる。

式(3)の $c-v$ は光速が光源の速度に依存することを意味しているものではない。光速は常に一定であるから、式(3)の $c-v$ は光速の変化を記述したものではない。

式(3)はアインシュタインの論文中の式を引用したものだから、本来は何の問題もない式である。しかし、本論では念のため、式(3)の正当性を再確認する作業を行なった。

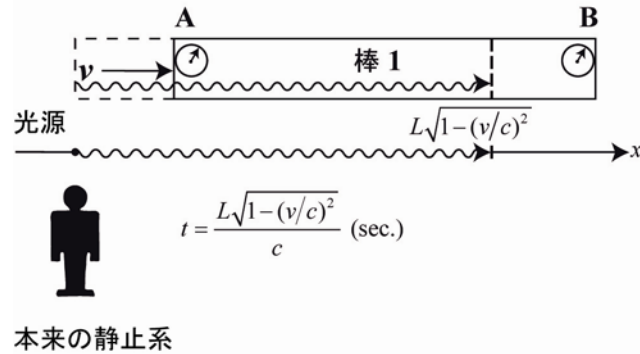


図 2. いま静止している観測者の前の光源と等速度運動している棒の後端 A から同時に光が放出されると、光速は光を放出する光源の速度には依存しないから、それぞれの光は一定の速さ c で伝播する。その光が静止している観測者の時計で $L\sqrt{1-(v/c)^2}/c$ 秒後に $x = L\sqrt{1-(v/c)^2}$ の地点まで到達したときには、棒の前端 B はすでにその地点にはなく、さらに前方に進んでいる。

また運動する座標系で経過する時間は遅れるから[8]、静止系の時計で $(t_B - t_A)$ 秒が経過する間に運動系の時計で経過する時間 $(t'_B - t'_A)$ を静止系の観測者が観測すると次のようになる(Appendix B 参照)。

$$t'_B - t'_A = (t_B - t_A)\sqrt{1-(v/c)^2}. \quad (4)$$

この 2 式から次の関係が導ける。

$$t'_B - t'_A = \frac{L\left(\sqrt{1-(v/c)^2}\right)^2}{c^2} \quad (5a)$$

$$= \frac{L(c+v)}{c^2} \text{ (秒)} \quad (5b)$$

同様に光が B 点から A 点に戻るまでに運動系の時計で経過する時間 $(t'_A - t'_B)$ を静止系の観測者が観測すると次のようになる。

$$t'_A - t'_B = \frac{L(c-v)}{c^2} \text{ (秒)} \quad (6)$$

簡単にするため t'_A をゼロとすると、式(5)と式(6)から次の式が導ける。

$$\frac{1}{2}t'_A = \frac{1}{2}\left[(t'_B - t'_A) + (t'_A - t'_B)\right] \quad (7a)$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{L(c+v)}{c^2} + \frac{L(c-v)}{c^2} \right] \quad (7b)$$

$$= \frac{L}{c} \quad (\text{秒}) \quad (7c)$$

“本来の静止系”の観測者は光がA点からB点に到着するのに要する時間は $L(c+v)/c^2$ 秒と判断するが、その光がB点に到着したときには、時計Bの時刻 t_B は定義によって L/c 秒でなければならない。しかし $L(c+v)/c^2 > L/c$ であるから、この矛盾を解消するには時計Bの時刻が時計Aの時刻よりも遅れていなければならない。そこで実際に時計Bの時刻を遅らせるために調整する時間を Δt_1 とすれば、その時間は両者の差を取れば良い。

すなわち、

$$\Delta t_1 = (t'_B - t'_A) - \frac{1}{2} t'_A \quad (8a)$$

$$= \frac{L(c+v)}{c^2} - \frac{L}{c} \quad (8b)$$

$$= \frac{Lv}{c^2} \quad (\text{秒}) \quad (8c)$$

この時間調整を行なうと、2個の時計は運動系における同時刻となるが、ここまでの思考実験は既存の理論を適用した単なる練習問題であることを確認しておく。

IV. 別の方法で導く式 (8c)

式(8c)の正しさを証明するために、ここでは $x-t$ 座標系を用いた別の方法でこの式を導いてみよう。

いま地球上の x 軸上に静止している長さ L の棒を考える。棒の左右の両端の点を A, B とし、棒の中心 O には点光源が設置してある。つまり3つの点 A, O, B は x 軸上に等間隔で存在し、すべて静止している。この状況を $x-t$ 座標系で記述すれば、空間と時間の系の経過を示す世界線が描ける。A点とB点の世界線は t 軸と平行な直線になり、 x 軸の原点にO点があればOの世界線は t 軸と一致する(図3a参照)。

もし光の信号が時刻 $t=0$ のときにOから発せられると、信号は x 軸の正の方向と負の方向に同じ速さ c で進む。この信号は2本の斜めの線 $x = \pm ct$ で表わせる。

A点とB点への信号の到着時間は交点 A_1 と B_1 で与えられる。A点とB点の同時性は $A_1 B_1$ で

定義される. この線は x 軸と平行になる. このような光の伝播をする慣性系を本論では“本来の静止系”と定義した.

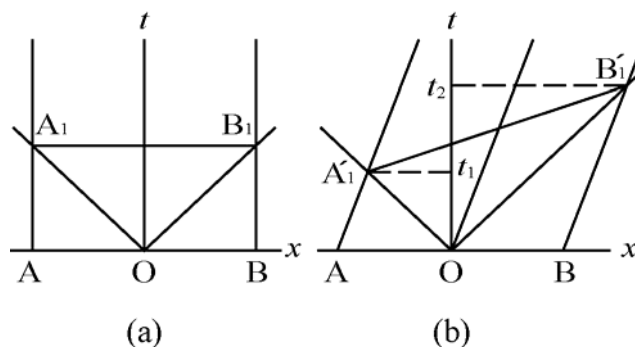


図 3a. 時空空間での世界線と同時性: O から発せられた光の信号を2つの観測点 A と B で受光する. A, O, B が静止しているときは, A, O, B の世界線は t 軸と平行となり, A_1B_1 が同時刻を表わす.

3b. A, O, B が x 軸の正の方向に等速度で動いているときは, A, O, B の世界線は t 軸に対して傾いていて, $A_1'B_1'$ が同時刻を表わす.

いま棒が静止しているときに2個の時計の時刻を合わせる操作を“最初の時刻合わせ”と呼ぼう. このとき時計の時刻を調整する手間を省きたければ, 光の信号が A 点と B 点に到着したときに, 2個の時計をスタートさせても良い.

次にこの棒が x 軸に沿って等速度 v で運動する場合を考える(図3b参照).

この場合 A 点と B 点の世界線は次の式で表せる.

$$A \text{ 点の世界線: } x = -AO + vt \tag{9}$$

$$B \text{ 点の世界線: } x = BO + vt \tag{10}$$

ここで AO と BO は, 地球上の観測者が計測する運動する棒の半分の長さを意味している. x 軸上の1単位の長さとは x' 軸上の1単位の長さは, 図3bでは同じ長さにならない. したがって運動する棒の長さは, 単純に A_1B_1 と $A_1'B_1'$ を比較しただけでは求めることはできない. しかしこの問題はすでに物理学では決着済みなので, ここでは深く立ち入らない.

特殊相対論によれば, 等速度運動する棒は進行方向に収縮する. その棒の長さを静止系の観測者が計測すると, その長さは次のようになる.

$$AO = BO = \frac{L\sqrt{1-(v/c)^2}}{2}. \quad (11)$$

A点とB点への光の信号の到着時刻は、今度はA₁'とB₁'で与えられる。A₁'B₁'はx軸に平行ではないから、地球上から見ると信号が棒の両端に到着する時刻は同時ではない。つまり地球上の観測者から見ると、A点は信号を迎えに行っているし、B点は信号から遠ざかっている。信号はB点に届く前にA点に届くことになる[これが式(3)の分母がc±vとなる理由である][9]。

しかし運動系ではA₁'とB₁'で2個の時計の時刻が一致していなければならない。そのためには当初静止していたときに時刻を合わせた2個の時計も、等速度運動を始めた時点で運動系で時計の時刻が一致するように、時間を調整しなければならない。その場合2個の時計の間でアインシュタインの提示した関係式(1)と(2)が成立する必要がある。

いま光の信号がA点に到着するのに要する時間を静止系の時計で計測してt₁とし、光の信号がB点に到着するのに要する時間をt₂とする。この時間t₁とt₂を求めるには、次の方程式を解けば良い。

$$\begin{cases} x = -AO + vt_1 \\ x = -ct_1 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} x = BO + vt_2 \\ x = ct_2 \end{cases} \quad (13)$$

この2組の方程式を解くと次の解が得られる。

$$t_1 = \frac{L\sqrt{1-(v/c)^2}}{2(c+v)} \quad (\text{秒}) \quad (14)$$

$$t_2 = \frac{L\sqrt{1-(v/c)^2}}{2(c-v)} \quad (\text{秒}) \quad (15)$$

運動系の光源から発せられた光の信号の速さは光源の速度に依存しないから、静止系の観測者から見て、信号はx軸の正の方向と負の方向に同じ速さcで進む(光速不変の原理 I)。

したがって式(14)と式(15)の分母に現れる±vは、A点とB点が等速度で移動することに起因するものであって、光速が変化することを意味するものではないことを指摘しておく(Appendix C参照)。

ところで特殊相対論によれば、運動する座標系では時間の経過が遅れる。光の信号がA点とB点に到着するのに要する時間の差を静止系の時計で計測するとt₂ - t₁となる。いま静止

系の時計で $t_2 - t_1$ が経過する間に、運動系の時計で経過する時間を Δt としよう。

特殊相対論によれば $t_2 - t_1$ と Δt の関係は次のようになる。

$$\Delta t = (t_2 - t_1) \sqrt{1 - (v/c)^2} \quad (16a)$$

$$= \frac{Lv}{c^2} \quad (\text{秒}) \quad (16b)$$

これはIII章で求めた式(8c)の値と一致する。図3aでは静止系の同時刻は A_1B_1 であったが、運動系の同時刻は $A_1'B_1'$ である。したがってこの場合の時刻調整では、時計Aの時刻を Δt だけ進めるか、時計Bの時刻を Δt だけ遅らせなければならない。この操作を“2度目の時刻合わせ”と呼ぶ (Appendix D参照)。

この時間調整を行なうことによって、この運動系でも式(1)と式(2)の関係が成立することになる。

相対性原理によれば、すべての慣性系であらゆる物理法則は同じ形になる。したがって図3bの直交座標系と斜交座標系は本来仮の設定であり、両者は同等かつ可換であった。しかし本論は直交座標系を“本来の静止系”，また斜交座標系を“条件付きの静止系”として両者を厳密に区別し、この2種類の座標系を識別できる思考実験を提示する。

運動する時計の“2度目の時刻合わせ”で調整する時間から、当初時計が静止していたときに時刻を合わせた座標系が、“本来の静止系”であったか、それとも“条件付きの静止系”であったかの識別は可能である。この思考実験は次章にて行なう。

V. 時計の時間調整から導く特殊相対論の破れ

前章では III 章で求めた式(8c)を別の方法によって導いた。本章では III 章で扱った棒 1 と同種の棒 2 が等速度 w (ただし $w \gg v$) で運動する場合を考える(棒 2 の両端の時計も棒 1 の時計 A と B と同様に、静止していた時に時刻を合わせておくものとする)。

そしてIII章で棒1について行なった思考実験を棒2についても同様に繰り返すことにする。このとき棒2の前方の時計Bが調整する(遅らせる)ことになる時間を Δt_2 とすると、

$$\Delta t_2 = \frac{Lw}{c^2} \quad (\text{秒}) \quad (17)$$

次は棒2が初めから等速度 w で運動するのではなく、先ず等速度 v で運動しているときに最初の実験を行なう。つまり初めの段階では棒2は等速度 v で棒1と並進運動するが、この時点で棒2の前方の時計Bは、棒1の時計Bと同様に最初の時間調整 Δt_1 を行なう(図4参

照).

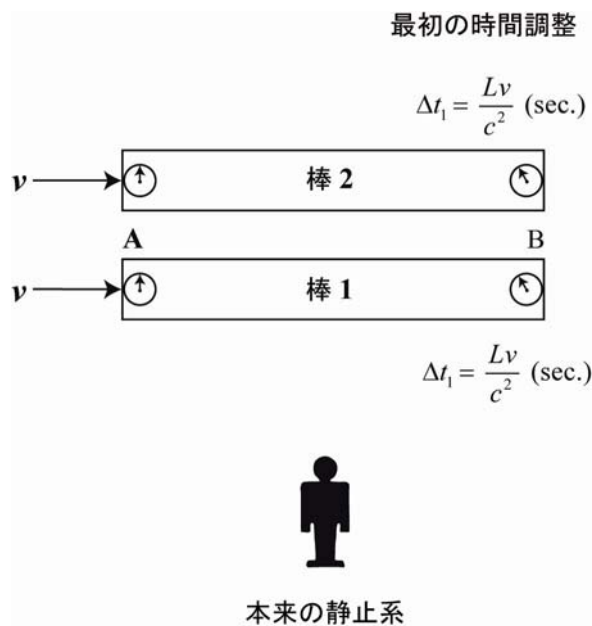


図 4. “本来の静止系”上の観測者によって予測される棒 1 の時計 B が調整する時間 Δt_1 と棒 2 の時計 B が最初に調整する時間 Δt_1 .

その後棒 2 は等速度 w になるまで加速するが、この速度 w は棒 1 と棒 2 の座標系の相対速度が v' となる速度であるとする。

したがってこれらの速度 w, v, v' の関係は特殊相対論の速度の加算則によれば、次のようになる。

$$w = \frac{v + v'}{1 + \frac{vv'}{c^2}} \quad (18)$$

ここで等速度 w に達した棒 2 の時計 B が 2 度目に調整する時間を Δt_3 とすると、静止系の観測者は $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$ の間には次の関係が成立すると考える。

$$\Delta t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_3. \quad (19)$$

これより“本来の静止系”の観測者は Δt_3 を次のように予測する(図 5 参照)。

$$\Delta t_3 = \Delta t_2 - \Delta t_1 \quad (20a)$$

$$= \frac{L(w-v)}{c^2} \quad (\text{秒}) \quad (20b)$$

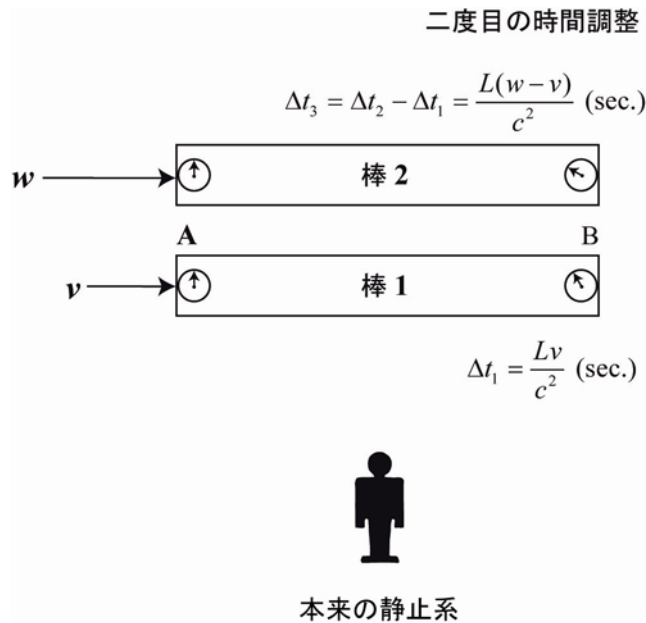


図 5. “本来の静止系”上の観測者によって予測される棒 2 の時計 B が 2 度目に調整する時間 Δt_3 .

ところが特殊相対論によれば、お互いに相対運動する慣性系がある場合、唯一重要な速度は座標系間の相対速度である。したがって棒 1 の座標系の観測者は自らの座標系が静止していて、棒 2 の座標系が等速度 v' で運動していると考ええる。

そして棒 1 の観測者は棒 2 の時計 B が行なう時間調整 Δt_4 として、次の時間を予測する(図 6 参照).

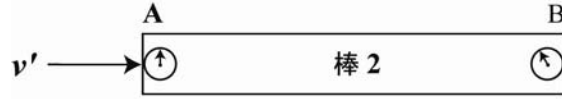
$$\Delta t_4 = \frac{Lv'}{c^2} \text{ (秒)} \tag{21}$$

結局“本来の静止系”の観測者が予測する時間 Δt_3 と“条件付きの静止系”である棒 1 の観測者が予測する時間 Δt_4 は異なることになる。

等速度運動する棒の長さを測定する場合、ものの長さは相対的な物理量だから観測者と棒の座標系の相対速度によって棒の長さに相違が生じた。しかしこの場合には実際に時間調整を行なうのは棒 2 の観測者であるから、その調整時間は絶対的である。 Δt_3 と Δt_4 の両方が正しいということとはあり得ない。

本論は棒 2 の観測者が実際に行なう時間の調整値としては式(20b)を支持するが、それでは棒 2 の観測者が特殊相対論を用いて予測する調整値は、どのような値になるであろうか？

$$\Delta t_4 = \frac{Lv'}{c^2} \neq \frac{L(w-v)}{c^2} \text{ (sec.)}$$



棒1上の観測者
条件付の静止系

図 6. 自分の座標系が静止系であると信じている棒 1 の座標系の観測者によって予測される棒 2 の時計 B で調整する時間 Δt_4 .

アインシュタインによれば、棒1と棒2の座標系はお互いに相対運動していて同等である。したがって棒1の観測者が特殊相対論を適用して、棒2の座標系の時計で調整する時間を式(21)と予測すれば、棒2の観測者も自分の座標系で調整する時間を式(21)と予測するのが自然である。

ところで本論の思考実験で観測者が調整する時間が特殊相対論が予測する式(8c)と一致するのは、特殊相対論がその存在を否定した絶対静止系も含む“本来の静止系”(図 1 の静止系)に対して等速度運動する棒 1 の座標系で、時計の時刻を調整する場合である。

これに対し“条件付きの静止系”(図 1~4 の棒 1 の座標系)に対して等速度 v' で運動する棒 2 の座標系の観測者が 2 度目の時刻合わせで調整する時間は式(20b)となる。これはこの観測者が、特殊相対論を適用して予測する値(21)と一致しない(ただし棒 2 の時計の最初の時刻合わせは、“条件付きの静止系”に静止していたときに行なったものとする)。

このことはこれら 2 種類の静止系を識別できる思考実験が存在することを意味している。

VI. 結論

本論ではアインシュタインが提案した時計の時刻合わせを行なうことによって静止系の地位を獲得した“条件付きの静止系”に対して、等速度運動している棒2の座標系を考えた。そしてその座標系の観測者が棒の両端の時計の時刻をアインシュタインの方法で合わせるた

めに、実際に調整する時間(20b)と彼が特殊相対論を適用して予測する調整値(21)を比較すると、両者が一致しないことが明らかになった。

このように実験値と理論値の間に不一致が生じる場合には、我々は棒が最初に静止していたときに時刻を合わせた座標系が“条件付きの静止系”であったと結論でき、2つの値が一致する場合には、棒が最初に時刻を合わせた座標系が“本来の静止系”であったと結論できる。

実験値(20b)と理論値(21)の間に不一致が生じる原因は、アインシュタインがその存在を否定した“条件付きの静止系”に関与している未知の速度 v と考えられる。

さらに“条件付きの静止系”が複数あって、それらの静止系上で同じ速度で運動する棒があるとしよう。

この場合これらの棒の両端の時計を合わせるために調整する時間は、その静止系に関与している未知の速度 v に依存する。したがって v の大きさ次第では、たとえすべての棒の速度が同じであっても、棒の座標系の観測者が調整する時間に差異が生じてしまう。

“光速不変の原理 III”についての説明では、我々は“本来の静止系”と“条件付きの静止系”を識別する方法を持たないと述べたが、実際には本論の思考実験によって2種類の静止系を識別することが可能になった。

アインシュタインは特殊相対論を導く際に、慣性系はすべて同等であるとみなしたが、本論はアインシュタインのその見解は誤りであると結論する。

[1] A.A.Michelson and E.W.Morley, Am.J.Sci.**34**, 333 (1887).

[2] H.A.Lorentz, Kon.Neder.Akad.Wet.Amsterdam.Versl.Gewone.Vergad.Wisen Natuurkd.Afd.
6, 809 (1904).

[3] A.Einstein,*The Principle of Relativity* (Dover Publication,Inc.New York,1923), p. 38.

[4] A.Einstein, *The Principle of Relativity* (Dover Publication,Inc.New York,1923), p. 41.

[5] Caltech, The Mechanical Universe-42-The Lorentz Transformation:

<http://video.google.com/videoplay?docid=-6328514962912264988>

[6] A.Einstein, *The Principle of Relativity* (Dover Publication,Inc.New York,1923), p. 42.

[7] A.Einstein, *The Principle of Relativity* (Dover Publication,Inc.New York,1923), p. 40.

[8] H.E.Ives and G.R.Stilwell, J.Opt.Soc.Am.**28**, 215 (1938); **31**, 369 (1941).

- [9] A.P.フレンチ,平松惇監訳「MIT物理 特殊相対性理論」(培風館), p.71.
- [10] A.P.フレンチ,平松惇監訳「MIT物理 特殊相対性理論」(培風館), p.95.
- [11] 須藤晃俊,「特殊相対論の予測との不一致が生じる思考実験」, p. 2.
http://koshun.cool.ne.jp/physics/j_index.html
- [12] A.P.フレンチ,平松惇監訳「MIT物理 特殊相対性理論」(培風館), p.46.
- [13] M.Harada, Phys. Essays.22, 168 (2009).

Appendix A

マイケルソン-モーリーの実験から期待された効果が検出できなかった理由を説明するために, マイケルソンとローレンツはそれぞれ独自の解釈を提案した.

この2つの解釈を光の伝播の観点からみると, マイケルソンが考えた地球の座標系では, 光は光源に対して等方的に伝播する(このような座標系を“マイケルソンの座標系”とする).

一方ローレンツの場合には, エーテルに対して運動している地球上の実験室では, 光は非等方的に伝播する(このような座標系を“ローレンツの座標系”とする).

ところがアインシュタインは“マイケルソンの座標系”と“ローレンツの座標系”の相違を実験によって識別することは不可能であると考えた.

そして光の信号が等速度運動する列車の前後に到着した時刻を列車の座標系における同時刻と定めた. したがってアインシュタインは光が列車の前後の時計に到着する時刻が, 絶対的同時刻であるか否かについては議論していない.

アインシュタインの提案に従って時計の時刻を合わせれば, “ローレンツの座標系”でも光は実験室の前後の壁に同時刻に到着することになる.

その結果“マイケルソンの座標系”と“ローレンツの座標系”内の観測者は, 共に自らの座標系では光は等方的に伝播すると判断することになる. アインシュタインは自らが提案した時計の時刻合わせを行なうことによって, この2種類の座標系を区別することを物理的に無意味なことにした. しかし本論ではこの2種類の座標系の識別が可能な思考実験を提示する.

そのためにIII章では光が光源に対して等方的に伝播する座標系を本論では“本来の静止系”と定義する. ただし“本来の静止系”には“マイケルソンの座標系”の他に, 存在する場合には“絶対静止系”も含まれる.

一方光は光源に対して非等方的に伝播すると考えられる“ローレンツの座標系”も, アインシュタインの方法で座標系内の時計の時刻を合わせると, 光は等方的に伝播することになる.

このように時間調整を行なうことによって、静止系の地位が確保できる座標系を“条件付きの静止系”と定義する。

そして本論では、アインシュタインが不可能と考えたこの2種類の座標系を識別する思考実験を提示する。

Appendix B

ローレンツの変換式の中で時間の変換式は次の式である。

$$t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2} \right), \quad \text{ただし, } \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (\text{B1})$$

またこの式の逆変換式は次の式である。

$$t = \gamma \left(t' + \frac{vx'}{c^2} \right). \quad (\text{B2})$$

ところでフレンチの教科書では次の関係式を導いた[10].

$$t'_2 - t'_1 = \gamma(t_2 - t_1). \quad (\text{4-5})$$

式(4-5)を導く際に用いた変換式は(B1)であるが、本論では逆の立場を扱っている。つまり式(4-5)を導いたのはS'系の観測者であったが、本論の式(4)を導くのはS系の観測者である。したがって本論で用いる変換式は(B2)でなければならない。

このことを念頭に置いて、本論ではフレンチの教科書の論法をそのまま借用して以下の議論を進める。

1個の時計がS'系の点 $x' = x'_0$ に静止しているとする。ここで時刻が異なる2つの事象を考えてみる。

$$\text{事象 1: } (x'_0, t'_A), \quad \text{事象 2: } (x'_0, t'_{A'})$$

S'系に対して速度 v で運動するS系で測定されるこの2つの事象の時間座標を計算してみる。ローレンツ変換を用いると次の式が得られる。

$$t_A = \gamma \left(t'_A + \frac{vx'_0}{c^2} \right), \quad \text{ただし, } \gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (\text{B3})$$

$$t_{A'} = \gamma \left(t'_{A'} + \frac{vx'_0}{c^2} \right). \quad (\text{B4})$$

これから、

$$t_{A'} - t_A = \gamma(t'_{A'} - t'_A). \quad (\text{B5})$$

この式を書きなおすと次の式が得られる.

$$t'_{A'} - t'_A = (t_{A'} - t_A) \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (\text{B6})$$

ここで式(B6)の左辺は次のように表現できる.

$$t'_{A'} - t'_A = (t'_{B'} - t'_A) + (t'_{A'} - t'_{B'}). \quad (\text{B7})$$

一方式(B6)の右辺は次のように表現できる.

$$(t_{A'} - t_A) \sqrt{1 - (v/c)^2} = \{(t_{B'} - t_A) + (t_{A'} - t_{B'})\} \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (\text{B8})$$

式(B7)と式(B8)の右辺を等号で結ぶと次の関係が導ける.

$$(t'_{B'} - t'_A) + (t'_{A'} - t'_{B'}) = \{(t_{B'} - t_A) + (t_{A'} - t_{B'})\} \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (\text{B9})$$

ところで運動系の一点 $x' = x'_0$ で経過する時間 $t'_{A'}, t'_{B'}, t'_{A'}$ には, 静止系の時間 $t_A, t_B, t_{A'}$ が対応していることはすでにIII章で述べた.

したがって式(B9)は次の2式に分離できる.

$$t'_{B'} - t'_A = (t_B - t_A) \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (\text{B10a})$$

$$t'_{A'} - t'_{B'} = (t_{A'} - t_B) \sqrt{1 - (v/c)^2}. \quad (\text{B10b})$$

式(B10a)は式(4)と同じ式であるが, その意味するところは異なっている. 式(B10)の $t'_{A'}$ と $t'_{B'}$ は棒1上の同一地点, たとえば時計Aの時刻である. それに対して式(4)の t'_A は時計Aの時刻であるが, t'_B は時計Bの時刻である.

ところで本論は等速度運動する棒の両端の時計の時刻をアインシュタインの方法を用いて単に合わせるだけでなく, 実際に調整する時間も問題にしている.

そのために本論では当初S系に静止していた時に時刻を合わせた棒の両端の時計の時刻が, 静止系の観測者から見て完全に一致している必要があった.

この棒が等速度運動を始めると, 棒の両端の時計の時間の経過は遅れるが, この2個の時計が時を刻むテンポは同じである. したがってこの状況ではS系の時刻が t_A の時には, S'系の時計AとBの時刻は共に t'_A となる. またS系の時刻が t_B の時には, S'系の時計AとBの時刻は共に t'_B となる.

いま時刻 t'_A にA点を出発した光が時計Bに到達する時刻を t'_B とすれば, その時間 $(t'_B - t'_A)$ となる. この時間差は光がA点からB点まで伝播する間に時計Aで経過する時間と一致する.

以上のように棒の両端の時計の時刻を最初に合わせた座標系が“条件付きの静止系”で

あった場合には、式(10a)と式(4)が共に成立すると結論できる。

一方棒の両端の時計の時刻を最初に合わせた座標系が“条件付きの静止系”であった場合には、式(10a)が成立しても式(4)は成立しない。

ところでアインシュタインはエーテルを否定する理論と擁護する理論を区別できるどんな実験も存在しないと考えていたので、これらの区別は無意味であると結論した。

しかしながら本論はこれら 2 種類の座標系を区別するための思考実験を提示した。目的を達成するために、著者は“エーテル否定説”の静止系を“本来の静止系”，また“エーテル擁護説”の静止系を“条件付きの静止系”と定義した。“エーテル否定説”と“エーテル擁護説”のより詳しい説明は著者の別の論文の序論を参照して欲しい[11]。

Appendix C

もちろん式(3)と類似した式で、 $c_{\pm v}$ が光速の変化を意味する場合もある。それは静止しているエーテルの中を速度 v で運動している地球の場合に適用できる。その場合の $c_{\pm v}$ は静止系の観測者から見た光の速度ではなく、運動系である地球上の観測者が予測する光の速度である(実際に測定する光速ではない)。

しかしその場合には式(3)と類似している式の分子は L になる。結局式(3)を導くのは、運動している棒を見ている静止系の観測者である。

一方エーテル中を速度 v で運動する地球を考えた場合には、地球上の観測者は次の式を導くことになる[12]。

$$t_B - t_A = \frac{L}{c - v} \quad (\text{秒}) \quad (C1)$$

$$t_A - t_B = \frac{L}{c + v} \quad (\text{秒}) \quad (C2)$$

この問題は特殊相対論が完成する以前に物理学者によって盛んに議論された。しかしこの式を導くのは式(3)を導いた静止系の観測者ではなく、棒と一緒に運動している運動系の観測者である。

この場合の c_{-v} は、エーテルの風の影響を受けて、光速が変化することを意味する。しかし棒と一緒に運動する観測者が観測した場合には、分子は $L\sqrt{1-(v/c)^2}$ ではなく L になる。

以上をまとめると次の表のようになる。

	式 (3)	式 (C1)
観測者と棒の相対速度	等速度 v	ゼロ
観測者から見た光速	不変(光速不変の原理 I)	エーテル風の影響で変化する
$c-v$ の $-v$ の意味	光源から点 B が速度 v で遠ざかることを意味している。	エーテル風の影響で光速が $c-v$ になった。
観測者が測定する棒の長さ	$L\sqrt{1-(v/c)^2}$	L

表 I. 式(3)と式(C1)を導く際の状況の比較.

アインシュタインの論文中の方程式は式(3)の方であるから, $c-v$ は光速の変化を意味する訳ではないことは明らかである. したがって類似した問題を論じている M. Harada の最近の論文の以下の主張は誤りである[13].

“The second is the violation of the universality of the speed of light.~ These results are in clear contradiction with the universality of the speed of light.”

Appendix D

等速度運動する棒の両端の時計の時刻合わせは, 本来一度行なえば事が足りる. その場合行なうべき調整は, “2度目の時刻合わせ”の方である. それにも係わらず本論で“当初の時刻合わせ”を行なったのは, “2度目の時刻合わせ”のときに調整する時間を予測するためである. そのためには静止時における2個の時計の時刻を正確に知っておく必要があった. しかしアインシュタインが提案した通常の時計合わせでは, 式(1)と式(2)の関係が成立するように時計を調整すれば良いのであって, 実際に調整される時間がどれほどであるかは重要ではない.