# 超光速粒子の存在を許容する「速度の加算則」

須藤晃俊

特殊相対論を代表する公式には，ローレンツの変換式とアインシュタインのエネルギー−運動量の関係式がある．

これらの公式は，マクロの自由空間で成立するが，著者は別の論文で，水素原子内の電子のエネルギーと運動量の関係式を導いた．対称性を考慮すれば，原子内で適用できる変換式が存在している可能性がある．

そこで，本論は未知の変換式が存在すると仮定して，その変換式を導いた．またその変換式から，特殊相対論の「速度の加算則」とは異なる公式を導いた．

特殊相対論によれば，質量を持つ物体の速度は，光速を超えられない．しかし，本論で導いた「速度の加算則」は，粒子が光を追い超すことを許容する．これは特殊相対論に対する重大な反証になる．

キーワード：特殊相対論；ローレンツ変換；速度の加算則；アインシュタインのエネルギー−運動量の関係式；水素原子；超光速；タキオン；ニュートリノ；陽子の半径

## I. 序　論

特殊相対論を代表する公式には，次のローレンツの変換式(1)とアインシュタインのエネルギー−運動量の関係式(2)がある．

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt), & x &= \gamma(x' + vt'), \\ y' &= y, & y &= y', \\ z' &= z, & z &= z', \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right), & t &= \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right). \end{aligned} \tag{1}$$

ここで，$\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2}$, $v$は慣性系$S$から見た慣性系$S'$の速さを表す．

$$E^2 = c^2 p^2 + E_0^2. \tag{2}$$

ここで, $E_0$は物体の静止エネルギーを，また$E$は物体の相対論的エネルギーを表す．

いま自由空間でお互いに等速運動をしている二つの慣性系$S$と$S'$を考える(以下では，慣性系$S$を$S$と，また慣性系$S'$を$S'$と省略する)．

$S$の$x$軸上の2点$x_1$と$x_2$の間の距離を$S$の観測者が$L_0$と計測したとしよう．次にこの2点間の距離を$S$に対して速さ$v$で運動している$S'$の観測者が$L$と計測したとしよう．このとき$S'$の観測者は，$L_0$と$L$の間に次の関係を見出す．

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0\sqrt{1 - v^2/c^2}. \tag{3}$$

運動している物体は，進行方向の長さが収縮する．しかし，特殊相対論によれば，$S$と$S'$は物理的に同等である．したがって，今度は逆に，$S'$の観測者が$S'$の$x'$軸上の2点間の距離を$L_0$と計測すると，$S$の観測者はこの距離を$L$と計測する．

また，時間については，$S$で時間$\tau_0$が経過するとき、$S'$で**時間**$\tau$が経過すれば，$S'$の観測者は$\tau_0$と$\tau$の間に，次の関係を見出す．

$$\tau = \gamma\tau_0 = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad \tau_0 < \tau. \tag{4}$$

運動している時計で経過する時間は遅れる．また，この場合も，$S$の観測者が$S'$の時間の経過を計測すると，同様の遅れを見出す．

特殊相対論では，(3)と(4)は$S'$の観測者が，$S$の物理量を計測したときに成立する公式として提示される．しかし，本論は後の議論の都合で，今後は$S$の観測者が$S'$の物理量を計測する場合を扱うことにする．

それでは，次に特殊相対論の「速度の加算則」について復習しよう[1]．

ある物体は$S$で測って速度成分$u_x$を，また$S'$で測って速度成分$u_x'$を持つと仮定する．この場合，速度の定義から次の式が得られる．

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \qquad u_x' = \frac{dx'}{dt'}. \tag{5}$$

次に，式(1)の一部を微分すると，

$$\begin{aligned} dx &= \gamma(u_x' + v)dt', & dx' &= \gamma(u_x - v)dt, \\ dt &= \gamma\left(1 + vu_x'/c^2\right)dt', & dt' &= \gamma\left(1 - vu_x/c^2\right)dt. \end{aligned} \tag{6}$$

これより，

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{u_x' + v}{1 + vu_x'/c^2}, \tag{7a}$$

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{u_x - v}{1 - vu_x / c^2}. \tag{7b}$$

これが特殊相対論の「速度の加算則」である.

この公式によれば, 光速は光源の速度に依存せず, 不変である. また, 質量を持つ物体の速度が光速を超えることはない.

さて, 式(1)からは, (3), (4), 及び(7)が導けた. それに対し, 式(2)からは, 物体のエネルギーと質量の関係が導ける[2].

いま式(2)で粒子の速度をゼロと置くと,

$$m = \frac{E}{c^2}. \tag{8}$$

また, 古典力学では,

$$m = \frac{p}{v}. \tag{9}$$

この2式から,

$$cp = \frac{Ev}{c}. \tag{10}$$

次に, この$cp$を(2)に代入して整理すると,

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{11}$$

ここで, (8)の関係を考慮すると,

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{12}$$

特殊相対論では, 物体の相対論的質量$m$は, $v$=0のときの物体の静止質量$m_0$より大きくなる. また同様に, 物体の相対論的エネルギー$E$は, 物体の静止エネルギー$E_0$より大きくなる.

ところで, 著者は別の論文で, 水素原子内の電子のエネルギーと運動量の関係を表す次の公式を導いた[3].

$$E_{\mathrm{re},n}^2 + c^2 p_n^2 = \left(m_e c^2\right)^2, \qquad n = 1, 2, \cdots. \tag{13}$$

ここで, $m_e c^2$ は電子の静止エネルギーを, また $E_{\mathrm{re},n}$ は主量子数が $n$ のときの電子の相

対論的エネルギーを表す．そして，$E_{\mathrm{re},n}$ は次のように定義された．

$$E_{\mathrm{re},n} = m_{\mathrm{e}}c^2 + E_n, \qquad E_n < 0. \tag{14}$$

$E_n$は量子力学が与える水素原子のエネルギーである．

式(2)が成立するマクロの自由空間では式(1)が適用できるのに，式(13)が成立する原子内の空間では，(1)に対応する変換式が存在しない．対称性を考慮すれば，原子内で適用できる変換式が存在している可能性がある．

その変換式を導くことは，数学的にはそれほど難しくないが，物理的には大きな問題に直面する．

量子力学では水素原子の電子の運動は古典的運動とは考えられず，実際には定常波 $\psi$ で表される．さらには，$|\psi^*\psi|$が陽子の周囲で対称であり，かつ，時間依存性がない．このとき，荷電分布は完全に静的(古典的運動がない)になる．

原子内の電子の運動に対して何らかの描像を描くことは，量子力学を無視した無謀な行為と考えられる．

しかし，本論で導く変換式は，本来なら 20 世紀前半に発見されていても，何ら不思議ではなかった．したがって，本論は古典量子論の自然観に基づいて，変換式を導くことは許されると考える．