特殊相対論の速度の合成則と共存が可能な速度の合成則

須藤晃俊

現在正しいとされている速度の合成則は、特殊相対論の速度の合成則だけである。しかし、本論は特殊相対論に疑念を抱いていたローレンツの立場から導ける速度の合成則も存在意義があると結論する。本論で提示する速度の合成則は、斬新さはないが、常識的で理解し易い公式である。特殊相対論の速度の合成則以外にも、実験結果と一致する速度の合成則は存在する。

I. 序　論

19世紀末マイケルソンとモーリーは、当時“絶対静止”の状態にあると考えられていたエーテルに対する地球の運動を検出しようと試みた。しかし彼らの実験からは、期待された結果が検出できなかった[1]。

そこでこの実験結果を説明するために、当時の物理学者たちは次のように解釈した。

(1) マイケルソンの解釈･･･実験で期待された結果が検出できなかったのは、エーテルが運動する地球の表面に対して静止している(すなわち，エーテルが地球に随伴している)からである。

(2) ローレンツの解釈･･･エーテルが存在しているのにも係らず検出できなかったのは、地球の運動方向の長さが$\sqrt{1-(v/c)^2}$ 倍に収縮しているからである[2]。

(3) アインシュタインの解釈･･･エーテルが存在しなければ、光は光源に対して等方的に伝播するから、実験結果は当然である。

このような状況下でアインシュタインは特殊相対論を発表した。その際アインシュタインは“相対性原理”と“光速不変の原理”を仮定したが、後者には次の二つの原理が含まれている。

“Any ray of light moves in the “stationary” system of co-ordinates with the determined velocity *c*, whether the ray be emitted by a stationary or by a moving body.” [3]

“Let a ray of light start at the “A time” $t_{\rm A}$ from A towards B, let it at the “B time” $t_{\rm B}$ be reflected at B in the direction of A, and arrive again at A at the “A time” $t'_{\rm A}$.

In agreement with experience we further assume the quantity

$$\frac{2\,\mathrm{AB}}{t'_{\rm A}-t_{\rm A}}=c\ ,$$

to be a universal constant — the velocity of light in empty space.” [4]

本論では前者の原理を“光速不変の原理 I”、後者の原理を“光速不変の原理 II”と区別する(以下では“原理 I”,“原理 II”と省略する)。

“原理 I” は、光速が光源の速度に依存しないことを主張している。また“原理 II” は、光の往復の走行時間から計算した光速が一定であることを主張している。したがって“原理 I” を考慮すれば、“原理 II”から光の往路(片道)の速度も c であると断定することはできない。

次に光の往路の伝播に関する物理学者たちの考えを要約しよう。

“光の等方的伝播 EM”･･･アインシュタインとマイケルソンが予測した光の伝播(“E”はアインシュタインの“E”、また“M”はマイケルソンの“M”を意味する。以下では“伝播 EM”と省略する)。本論は光が絶対的な意味で等方的に伝播する座標系を“古典論的な静止系”と定義する。

“光の異方的伝播 L”･･･ローレンツが予測した光の伝播。静止系の観測者は運動系の光の伝播に“原理 I”を適用する。このとき運動系の観測者は、自らの座標系の光の伝播は非等方的と判断する(“L”はローレンツの“L”を意味する. 以下では“伝播 L”と省略する)。

“光速不変の原理 E”･･･たとえ“伝播 L”が成立している座標系であっても、その座標系内の 2 個の時計の時刻を合わせると、この座標系の光の伝播は相対論の意味で等方的になる(これはアプリオリな、絶対的な意味での等方的伝播ではない)。そして、光の往路(片道)の光速も c と計測されることになる。

その結果、すべての慣性系は同等になり、“伝播 EM”と“伝播 L”の識別に関する議論は終結する。アインシュタインは、この二種類の伝播を統合した“光速不変の原理 E”という新たな原理を考案して、物理学に導入した(以下では“原理 E”と省略する)。本論は光が相対論の意味で等方的に伝播する座標系を“相対論的な静止系”と定義する。

以上の分類と名称は、アインシュタイン自身が行ったものではない。本論がアインシュタインの考えを整理するために分類したものである。

特殊相対論によれば, “伝播 EM”と“伝播 L”の相違を実験によって識別することはできない。従ってアインシュタインにとっては、このような区別をすること自体が無意味であった。

しかし、著者は別の論文[5]で“伝播 EM”と“伝播 L”が成立している座標系を識別できる思考実験を提示した(Appendix A 参照)。

したがって、本論で“古典論的な静止系” と“相対論的な静止系”を区別することは問題ないと考える。そして次章以降の思考実験で扱う静止系は、“古典論的な静止系”であることを確認しておく。

Ⅱ. 等速度運動している座標系の 2 個の時計の相対論的な同時刻

いま静止している物指しで測って長さ L_0 の剛体の棒の軸が、静止系の x 軸の＋方向に沿って置いてある場合を考える。

この棒の後端の A 点と前端の B 点には同種の時計 A と時計 B が設置されている。ここで時計 A を C_A, 時計 B を C_B と省略しよう。

いま C_A の時刻が t_A のときに光が A 点から B 点に向かって出発し、C_B の時刻が t_B のときに B 点に到着して反射され、C_A の時刻が $t_{A'}$ のときに A 点に戻って来たとしよう。アインシュタインはこれらの時刻の間に次の関係が成立していれば、2 個の時計の時刻は一致していると定義した[3]。

$$t_B - t_A = t_{A'} - t_B. \tag{1}$$

$$\frac{1}{2}(t_A + t_{A'}) = t_B. \tag{2}$$

本論では棒が静止していた時に C_B の時刻を調整して、C_A と C_B の時刻を一致させておこう。

そして最初に静止していた時に時間を調整した C_B を C_{B1} と表示しよう(B1 の 1 は, 1 度時間を調整したことを意味する。C_A は調整しないので表示は変えない)。

ここで C_A と C_B の時刻を同期させるのは、等速度運動を始めた時計を再び同期させる際に調整する時間まで議論したいからである。

ところで、E の関係は等速度運動している棒の座標系の 2 個の時計の時刻を合わせる場合にも適用される。

いま C_A の時刻が t'_A のときに光が A 点から B 点に向かって出発し、C_B の時刻が t'_B のときに B 点に到着して反射され、C_A の時刻が $t'_{A'}$ のときに A 点に戻って来たとしよう。

この時 2 個の時計の時刻の間に次の関係が成立すれば、2 個の時計の時刻は定義によって、一致しているといえる。

$$t'_B - t'_A = t'_{A'} - t'_B. \tag{3}$$

$$\frac{1}{2}(t'_A + t'_{A'}) = t'_B. \tag{4}$$

次に静止していた棒が加速され等速度 v に到達したとしよう(図 1 参照)。

ただし本論で考察する棒の速度は、特殊相対論の適用が必要になるような高速であるとする。

この間の加速段階では、C_A と C_{B1} で経過する時間は、静止している時計と比べて遅れる。

しかし静止系から見ると、この加速過程で C_A と C_{B1} で経過する時間は等しい。

棒が最初に静止していた座標系で光が等方的に伝播する場合は、C_A と C_{B1} は絶対的に一致している。またこの静止系では、C_A と C_{B1} の時刻の間にアインシュタインの関係式(3)も成立するから、C_A と C_{B1} の時刻は相対論的にも同時刻といえる。

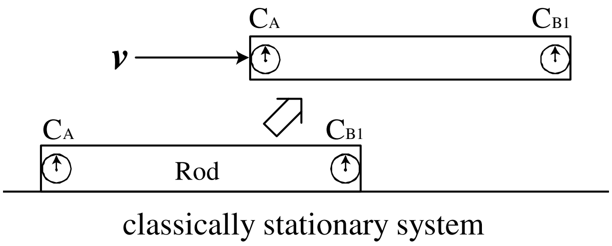


図 1. 最初に棒が“古典論的な静止系” に静止していた時に、棒の両端の時計 C_A と C_B の時刻を一致させる。その後棒は等速度 v で運動を始める(この場合 C_B は C_{B1} と表示される)。C_A と C_B の時刻を一致させる時の C_B の調整時間は予測できない。

しかしこの棒が運動を始めると、2 個の時計の時刻は、依然として絶対的同時刻であり続けるが、相対論的には同時刻と言えなくなる。その理由は、棒が等速度運動を始めると C_A と C_{B1} の時刻の間に式(3)の関係が成立しなくなるからである(これは“原理 I” を考慮すれば明らかである)。

そこで等速度運動をしている棒の座標系で式(3)の関係が成立するように、C_{B1} の時刻を再調整しなければならない（ただし特殊相対論ではこの時間調整が最初で唯一の調整である)。

この時間調整をしないと、C_A と C_{B1} は相対論的な意味では同時刻でなくなる。それ故にその座標系で片道の光速を計測した場合、光速は c にならない（つまり, “原理 E”は成立しない)。

この再調整は C_A と C_{B1} の時間経過が異なるから行うのではない。また静止系の時計より運動系の時計の方が遅れるから行うのでもない。この時間調整は棒が運動を始めたことによって、C_A と C_{B1} の時刻が、相対論的には同時刻でなくなるから行うのである(ここで再調整した C_{B1} を C_{B2} と表示する)。

結局この時間調整は、“原理 I” を保持しながら往路の光速を c とするための調整である。

Ⅲ. 2 個の時計の時刻合わせにおいて、実際に調整する時間

§II において S' の $t'_A, t'_B, t'_{A'}$ を定義したが、これらの時刻には S の $t_A, t_B, t_{A'}$ が対応するものとしよう。この場合、光が A 点から B 点に到着するのに要する時間を S の時計で計測すると $(t_B - t_A)$ 秒になる。特殊相対論によれば、S から見ると棒は進行方向に $\sqrt{1-(v/c)^2}$ 倍に収縮している。また S' から放出される光の速度は、S から見ると光源の速度に依存せず、常に一定である(原理 I)から、$(t_B - t_A)$ は次の式で与えられる。

$$t_B - t_A = \frac{L_0\sqrt{1-(v/c)^2}}{c-v} \quad \text{(sec.)}. \tag{5}$$

また光が B 点から A 点に戻ってくるのに要する時間を S の時計で計測して $(t_{A'} - t_B)$ 秒とすると、

$$t_{A'} - t_B = \frac{L_0\sqrt{1-(v/c)^2}}{c+v} \quad \text{(sec.)}. \tag{6}$$

ただし式(5)と式(6)の右辺の分母は、光速が光源の速度によって変化することを意味するものではない[5]。

特殊相対論によれば、$(t'_B - t'_A)$ と $(t_B - t_A)$ の関係は、

$$(t'_B - t'_A) = (t_B - t_A)\sqrt{1-(v/c)^2}. \tag{7}$$

式(7)の $(t_B - t_A)$ に、式(5)の右辺を代入すると、

$$t'_B - t'_A = \frac{L_0\left(\sqrt{1-(v/c)^2}\right)^2}{c-v} \tag{8a}$$

$$= \frac{L_0(c+v)}{c^2} \quad \text{(sec.)}. \tag{8b}$$

同様に、光が B 点から A 点に戻るまでの間に S'の時計で経過する時間 $(t'_{A'} - t'_B)$ を S の観測者が計測すると、

$$t'_{A'} - t'_B = \frac{L_0(c-v)}{c^2} \quad \text{(sec.)}. \tag{9}$$

式を簡単にするために $t'_A = 0$ とすると、式(8b)と式(9)から次の値が得られる。

$$\frac{1}{2}t'_{A'} = \frac{1}{2}\left[\left(t'_B - t'_A\right) + \left(t'_{A'} - t'_B\right)\right] \tag{10a}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{L_0(c+v)}{c^2} + \frac{L_0(c-v)}{c^2}\right] \tag{10b}$$

$$= \frac{L_0}{c} \quad \text{(sec.)}. \tag{10c}$$

光が S' の A 点から B 点に到着する間に、S の観測者は S' の時計で $L_0(c+v)/c^2$ 秒が経過すると判断する。しかし $t'_A = 0$ のとき A 点を出発した光が B 点に到着したとき、C_{B1} の時刻は L_0/c 秒である。$L_0(c+v)/c^2 > L_0/c$ であるから、 C_{B1} の時刻が C_A の時刻よりも遅れていれば、矛盾は生じない。

いま C_{B1} の調整時間を $\Delta t'_{B1}$ とすれば、

$$\Delta t'_{B1} = \frac{L_0(c+v)}{c^2} - \frac{L_0}{c} \tag{11a}$$

$$= \frac{L_0 v}{c^2} \quad \text{(sec.)}. \tag{11b}$$

S'の観測者が C_{B1} の時刻を $L_0 v/c^2$ 秒遅らせると、この座標系で式(3)の関係が成立することになる。その結果この座標系で“原理 E”が成立することになる。

しかし特殊相対論に特有な原理である“原理 E”には、座標系の速度が変わる度に C_A と C_B の時刻を一致させないと、原理として存続できないという問題がある。

Ⅳ. “光速不変の原理 E”を成立させるために必要な、時計の時間調整

特殊相対論の速度の加算則の公式は、次の式で与えられる。

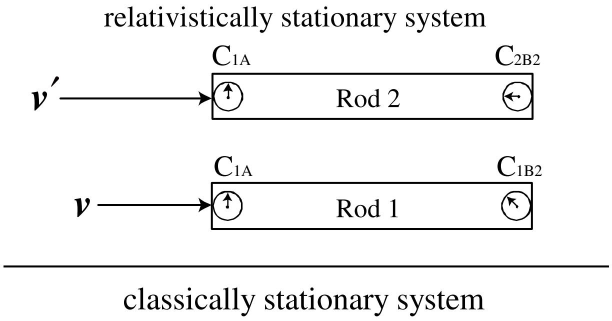
$$u = \frac{v+w}{1+\frac{vw}{c^2}}. \tag{12}$$

ここでv は静止系Sから計測した運動系S'の速度である。またuは静止系Sから計測した運動系 S'' の速度である（運動系S' とS''の運動方向は、静止系のx軸のプラス方向である。本論では静止系SをS、運動系S' とS''をS' 、S''と省略する）。

今度は静止系で2本の棒がx軸と平行に置いてある場合を考える(2本の棒を棒1, 棒2と区別する)。ここで棒 1 の両端にある時計を C_{1A}, C_{1B} とし、 棒 2 の両端にある時計を C_{2A}, C_{2B} とする。C_{1A} と C_{1B} 及び C_{2A} と C_{2B} は、静止していた時に時刻を一致させておくものとする(一度時間を調整した C_{1B} を C_{1B1} とし、C_{2B} を C_{2B1} とする)。

次に棒 1 が静止系の x 軸のﾌﾟﾗｽ方向に等速度 v で運動を始め、同様に棒 2 が等速度 v'で運動を始めた場合を考える（ただしここでは$v < v'$とする。また棒1の座標系をS_1', 棒2の座標系をS_2'とする）。

これらの棒が等速度運動を始めると、時計の時刻を再び調整しなければならない(図 2 参照)。



$$C_{2A} - C_{2B1} \xrightarrow{-\Delta t'_{2B1}} C_{2A} - C_{2B2}$$

$$\Delta t'_{2B1} = \frac{L_0 v'}{c^2} \text{ (sec.)}$$

$$C_{1A} - C_{1B1} \xrightarrow{-\Delta t'_{1B1}} C_{1A} - C_{1B2}$$

$$\Delta t'_{1B1} = \frac{L_0 v}{c^2} \text{ (sec.)}$$

図 2. “古典論的な静止系” に対して等速度 v と v'で運動する C_{1B1} と C_{2B1} の調整時間 $\Delta t'_{1B1}$ と $\Delta t'_{2B1}$. この時間調整を行うことによって、棒 1 と棒 2 の座標系は “相対論的な静止系”の地位を獲得する。

いま C_{1B1} の調整時計を $\Delta t'_{1B1}$, C_{2B1} の調整時刻を $\Delta t'_{2B1}$ とすると、

$$\Delta t'_{1B1} = \frac{Lv}{c^2}, \qquad \Delta t'_{2B1} = \frac{Lv'}{c^2}. \tag{13}$$

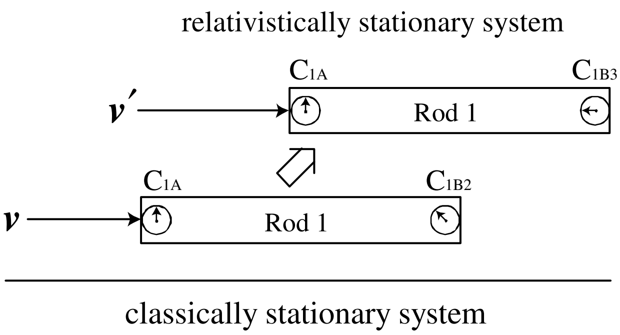
ここで 2 度目の時間調整をした C_{1B1} を C_{1B2}とし、C_{2B1} を C_{2B2}とする。

そして 2 本の棒の座標系では、調整されたこれらの時計を用いて相対論的速度 w_rを計測する。その結果、静止系の観測者は特殊相対論の速度の加算則として、それぞれ次の公式の適用が可能になる。

$$u = \frac{v + w_{1r}}{1 + \frac{v w_{1r}}{c^2}}, \qquad u' = \frac{v' + w_{2r}}{1 + \frac{v' w_{2r}}{c^2}} . \tag{14}$$

ここでw_{1r}は S_1' で計測する相対論的速度を意味し、w_{2r}はS_2' で計測する相対論的速度を意味する（w_{1r}の計測に用いる時計はC_{1A}とC_{1B2}であり、w_{2r}の計測に用いる時計はC_{2A}とC_{2B2}である)。

次に等速度 v で運動している棒 1 を速度が v' になるまで加速させ、その後等速度運動に移行させる場合を考える(図 3 参照)。



$$C_{1A} - C_{1B3}$$

$$-\Delta t'_{1B2} \uparrow \quad \Delta t'_{1B2} = \Delta t'_{2B1} - \Delta t'_{1B1} = \frac{L_0(v'-v)}{c^2}$$

$$\neq \frac{L_0 w_r}{c^2} \ (\mathrm{sec.})\ \text{However, } v' = \frac{v + w_r}{1 + v w_r / c^2}.$$

$$C_{1A} - C_{1B2}$$

図 3. 棒 1 を加速させて棒の速度を v から v'に変化させた場合には、C_{1B2} の時刻をさらに $\Delta t'_{1B2}$ だけ遅らせなければならない。この時間調整をしないと、速度が変化した棒の座標系は、“相対論的な静止系”の地位を保つことができない。

速度を v から v' に変えた棒の座標系で相対論的速度 w_r を計測するには、S_1' で同時刻であった C_{1A} と C_{1B2} を S_2' で同時刻となるように、C_{1B2} の時刻を再調整しなければならない。

この場合には、C_{1B2} の時刻を $(\Delta t'_{2B1} - \Delta t'_{1B1})$ (秒)だけ遅らせれば良い。これは棒が運動を開始してから 2 度目の調整、静止していた時も含めると 3 度目の調整となる(時間調整した C_{1B2} を C_{1B3} とする)。

この状況を静止系の観測者から見ると、C_{2A} と C_{2B2} の時間差と C_{1A} と C_{1B3} の時間差は等しい。

この時間調整をすることによって、速度 v' に到達した棒 1 の座標系で相対論的速度 w_r を計測することが可能になる。

著者が不自然な時間調整と指摘するのは、この 3 度目の時間調整のことである。棒の座標系では棒が速度を変化させる度に、時計の時間調整を繰り返さなければならない。 運動系でこの時間調整を行わないと、 運動系で "原理 E"が成立しない。 また運動系の観測者は 2 個の時計を用いて相対論的速度を計測できない。その結果、静止系の観測者は特殊相対論の速度の加算則を適用できない。

特殊相対論では通常そこまで踏み込んだ思考実験を行わなかったために、問題点が明らかにならなかったのである。

簡単な思考実験で時計を調整するのは問題ないが、実際にこれを何度も行うのは、非常に厄介な作業になる。

今度は棒が最初に静止していた時に時刻を合わせた C_A と C_B を使用して測定した S'' の速度を w としよう。この w を使用すると、静止系の観察者はどのような速度加算則を導くであろうか?

V. ローレンツの立場から導く古典的な速度の合成則

§IIIの思考実験で扱った棒の前端に、今度はC_{B1}の他に C_{B1}と同種でC_{B1}と時刻が $L_0 v / c^2$ 秒だけ異なる時計C_{B2}が置いてある状況を考える。

今 $t'_A = 0$ のとき、A点から棒の進行方向に進む物体が、B点へ到達するのに要する時間はC_{B1}で計って t'_{B1},またC_{B2}で計って t'_{B2} と計測される。

ここで t'_{B1} から算出される速度をw, また t'_{B2} から算出される相対論的速度をw_rとすれば、wとw_rは次の式で与えられる。

$$w = \frac{L_0}{t'_{B1}}, \qquad w_r = \frac{L_0}{t'_{B2}}. \tag{15}$$

また式 (11b)を考慮すると、t'_{B1} と t'_{B2} の間には次の関係がある。

$$t'_{B1} = t'_{B2} + \frac{L_0 v}{c^2} \ . \tag{16}$$

式(15)と式(16)からは、次の式が導ける。

$$\frac{L_0}{w} = \frac{L_0}{w_r} + \frac{L_0 v}{c^2}. \tag{17}$$

これよりwとw_rの関係は次のようになる。

$$w = \frac{w_r}{1 + v w_r / c^2}. \tag{18}$$

ところで、式(12)のwの代わりに本論ではw_rを用いるから、式(12)は次のようになる。

$$u = \frac{v + w_r}{1 + v w_r / c^2} \tag{19}$$

また式 (19)は次のように変形できる。

$$u = \frac{v\left(c^2 + v w_r\right) + w_r c^2 - v^2 w_r}{c^2 + v w_r} \tag{20a}$$

$$= v + \frac{w_r\left(1 - v^2 / c^2\right)}{1 + v w_r / c^2} \tag{20b}$$

ここで式(18)の右辺と式(20b)の第2項を比較すると、uは次のようになる。

$$u = v + w\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \tag{21}$$

これが式(19)のw_rの代わりに式(18)のwを用いて記述した速度の合成則である。

アインシュタインとローレンツによれば、Sで1秒が経過する間にS'で経過する時間は$\sqrt{1 - v^2 / c^2}$(秒)である。したがって、S'で1秒が経過する間にS'でw(km)進む物体をSの観測者が見ると、Sの時計で1秒が経過する間には、$w\sqrt{1 - v^2 / c^2}$ (km)しか進まない。さらに等速度vで運動している棒は、進行方向に$\sqrt{1 - v^2 / c^2}$ 倍に収縮している。

したがって、S'で1秒間にw(km)進む物体の速度をSから計測すると、$w\left(1 - v^2 / c^2\right)$(km/秒)となる。

式(18)でw_r=cとすると、wはC_{B1}を用いて計測する光の速度である。いまこの速度をw_cとすると、

$$w_c = \frac{c^2}{c + v}. \tag{22}$$

この場合の光速は cとは一致しないが、ここで“原理I”及び“原理II”と矛盾する状況が生じている訳ではない(ただしこの場合、“原理E”は成立していない)。

次に式(21)のwに式 (22)の値を代入すると、

$$u = v + \frac{c^2}{c + v}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = c. \tag{23}$$

この式は光速が光源の速度に依存しないことを意味している。

次にS'で計測する物体の速度wを光速w_cのa倍(ただし, $0 < \mathrm{a} \le 1$)と表現すると、

$$u = v + \frac{\mathrm{a}\,c^2}{c+v}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \tag{24a}$$

$$= v + \mathrm{a}\left(c - v\right), \qquad 0 < \mathrm{a} \leq 1. \tag{24b}$$

式(21)と式(24b)では$u \leq c$が成立し、実験結果と一致する。

ところで式(21)や式(24b)を導く際に、静止系と運動系は厳密に区別されていた。したがって、これらの式の中の$(1\text{-}v^2/c^2)$は、特殊相対論によって初めて導けるものではなく、ローレンツにとっても許容できるものと考えられる。

$\left(1 - v^2 / c^2\right)$は静止系の観測者が運動系(棒の座標系)に“原理 I”を適用し、棒の座標系で“光速不変の原理 II”を仮定すれば導ける結論である。ここでは特殊相対論の根幹となる“原理 E”まで仮定する必要はない(Appendix B 参照)。

Ⅵ. 結　論

速度の合成則といえば、式(19)が正しい公式という見解が定着している。しかし本論は以下の公式も存在意義があり、式(19)と共存が可能と結論する。

$$u = v + w\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \qquad 0 < w \leq \frac{c^2}{c+v}. \tag{25}$$

$$u = v + \mathrm{a}\left(c - v\right) \qquad 0 < \mathrm{a} \leq 1 \tag{26}$$

著者が導いた公式(25)と式(26)は、運動系の観測者が C_A と C_{B1} を用いて計測した速度を用いた公式である。式(25)は光を粒子とみなして導いた公式、また式(26)は光を波動とみなして導いた公式と考えられる。

一方特殊相対論の公式は、運動系の観測者が C_A と C_{B2} を用いて計測した速度を用いた公式である。

別の表現をすれば、古典的な静止系で時刻を合わせた C_A と C_{B1} で計測した速度 w を用いた速度の加算則が、著者が導いた式(25)と式(26)である。それに対して、相対論的に同時刻である C_A と C_{B2} で計測した相対論的速度 w_r を用いた公式が特殊相対論の公式(19)である。著者は運動系で速度を計測する際、どちらの意味で一致している時計を用いて速度を計測するかによって、静止系の観測者が適用できる公式が異なることを指摘した。

歴史的な順序では、先ず式(19)が導かれ、その後本論の式(25)と式(26)が導かれた。しかし論理的には、先ず式(25)を導き、その式のwに式(18)の右辺を代入して式(19)を導くのが本来と考える。

従来速度の合成則として、式(25)や式(26)を提示すれば、それは誤りと判定された。しかし本論は、これらの公式は、理論的な深遠さでは式(19)に及ばないが、実用面では式(19)以上に有用な公式であると結論する。

APPENDIX A

光が等方的に伝播する静止系と、光が非等方的に伝播する座標系を実験によって区別することは可能である[5]。

始めに棒が光が等方的に伝播する座標系に静止していたときに、棒の両端の時計 C_A と C_{B1} の時刻の間に式(2)の関係が成立するようにしておく。

次にこの棒がその静止系に対して等速度 v で運動を始めると、C_A と C_{B1} の時刻を再び合わせなければならない。このとき棒の前方の C_{B1} の時刻を遅らせる時間を $\Delta t'_{B1}$ とすれば、$\Delta t'_{B1}$ は次の値になる。

$$\Delta t'_{B1} = \frac{Lv}{c^2} \quad \text{(sec.)}. \tag{A1}$$

それに対して、始めに棒が静止していた座標系で光が非等方的に伝播していた場合には、t'_{B1} の値は式(A1)とは一致しない。

すなわち、

$$\Delta t'_{B1} \neq \frac{Lv}{c^2} \quad \text{(sec.)}. \tag{A2}$$

このように、C_B の時刻の 2 度目の調整時間によって、最初に棒が静止していた座標系での光の伝播が等方的であったか否かが予測できる(つまり、“古典論的な静止系” と“相対論的な静止系”を区別できる思考実験が存在する)。

また以上の議論から、相対性原理が破れているとの指摘も当然出てくるであろう。しかし著者は棒が最初に静止していた座標系に未知の速度ベクトルが付随していたことが、式(A2)の原因と考える。

APPENDIX B

“原理E”が必要になるのは、この逆の立場から測定を行う場合である。

今度は等速度運動をしている棒S´の観測者が、S系のx軸上に置かれた棒Sの長さを測定する場合を考える(棒SとS´は同種のもので、静止しているときの長さが同じものとする)。

ある時刻に棒 S´の中央にある光源から放出された光が、棒 S´の後端 A と前端 B に到着するまでの時間を S から計測しよう。光が A へ到着するのに要する時間を t_a, B へ到着するのに要する時間を t_b とすると、

$$t_a = \frac{1}{\gamma}\frac{L_0}{2(c+v)}, \tag{B1}$$

$$t_b = \frac{1}{\gamma}\frac{L_0}{2(c-v)}, \qquad \text{ただし,}\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{B2}$$

次に光が A に到着するまでの走行距離 ct_{a} を S から計測すると、

$$ct_{\mathrm{a}} = \frac{c}{\gamma}\frac{L_0}{2(c+v)}. \tag{B3}$$

また光が B に到着するまでの走行距離 ct_{b} は、

$$ct_{\mathrm{b}} = \frac{c}{\gamma}\frac{L_0}{2(c-v)}. \tag{B4}$$

これより棒の両端の観測者 A と B が、S'の同時刻に S の x 軸から読み取る棒 S′の長さは、式(B3)と式(B4)の和となるから、

$$ct_{\mathrm{a}} + ct_{\mathrm{b}} = \gamma L_0. \tag{B5}$$

これより S'の観測者は棒 S′と棒 S の長さの比として次の値を得る。

$$S'\text{の棒の長さ}:S\text{の棒の長さ} = \gamma L_0 : L_0. \tag{B6}$$

ここで強引にこの二つの座標系に“相対性原理”を適用し、S と S'は同等であると仮定しよう。その場合、S'の観測者は自らの座標系の物理的変化を認識できないから、式(B6)から棒 S が収縮したと判断する。すなわち、

$$\gamma L_0 : L_0 \to 1 : \frac{1}{\gamma}. \tag{B7}$$

以上の考察の結果、ローレンツ収縮には次のように2種類あることが分かった。

収縮 I ･･･§IV で扱った S'の棒の長さを S から計測したときの収縮。この場合の収縮は、棒自体が実際に収縮した真の収縮である。

収縮 II ･･･S'の座標系の観測者が自らの系を静止系と見なし、S の x 軸上に置かれた棒の長さを計測した場合の収縮(B7)。この収縮は運動している棒の真の収縮（収縮 I）とアインシュタインが導入した S'の同時刻の相対性という 2 つの原因に基づく収縮である。

以上のように、特殊相対論で2つの慣性系が同等であるというのは、SとS'のどちらの慣性系から測定しても、同じ測定値が得られるという意味である。

アインシュタインもローレンツもSからの観測でS'の棒の長さが収縮することに関しては、意見は一致していた。しかし、ローレンツの場合には、静止していた時にC_AとC_B を同期させたならば、それ以上の同期の必要性を認めない。

したがって、ローレンツの立場に立つ S'の観測者は、2つの棒の長さの比として次の値を得ることになる。

$$S'\text{の棒の長さ}:S\text{の棒の長さ} = 1 : \gamma. \tag{B8}$$

等速度運動しているS'から静止系の棒の長さを測定した場合、Sの棒の方が長いと判定される。こ

のような結果が得られるのは、ローレンツが実在の観点から2本の棒の長さを比較したからである。

測定値の観点からは2つの慣性系が同等であったとしても、実在の観点から物理量について議論する場合には、２つの慣性系は同等とはいえない。

ところで特殊相対論においては、SとS'は同等であるから、棒の収縮の原因が異なることは承服できない。

したがって、特殊相対論では棒が収縮する理由までは説明しない。

収縮IIの仮説は、ローレンツの自然観を支持する物理学者が、特殊相対論における空間収縮を何とか説明しようとした場合に用いる解釈といえる。

参考文献

[1] A.A.Michelson and E.W.Morley, Am.J.Sci.**34**, 333 (1887).

[2] H.A.Lorentz, Kon.Neder.Akad.Wet.Amsterdam.Versl.Gewone.Vergad.Wisen Natuurkd.Afd. **6**, 809 (1904).

[3] A.Einstein, *The Principle of Relativity* (Dover Publication,Inc.New York,1923), p. 41.

[4] A.Einstein, *The Principle of Relativity* (Dover Publication,Inc.New York,1923), p. 40.

[5] 須藤晃俊, Phys. Essays **23**, 3, 511 (2010).