# “双子のパラドックス”の新たな問題

## Ⅰ．序　論

特殊相対論発表以来，“双子のパラドックス”の問題は盛んに議論されて来たが，この問題は現在では決着がついたと考えられ，パラドックスとは考えられていない[1),2)]．

本論も，宇宙旅行をして来た双子の一人の時間が遅れると予測する特殊相対論の予測に異論はない．しかし，本論は時間が遅れる理由については，現在定着している説明に対して疑問を抱いている．

そこで，次章以降の議論のために，“双子のパラドックス”について再確認しておく[3)]．

いま，正確に同じテンポで時を刻む２個の時計があったとしよう．この２個の時計の内，一方の時計（第１の時計）がある慣性系に静止していて，他方の時計（第２の時計）が任意の経路で運び去られ，最終的に出発点に戻って来たとしよう．

特殊相対論は，この時，第２の時計は，第１の時計に比べて遅れると予測する．今日のたとえでは，双子の兄の宇宙飛行士が，宇宙旅行から帰還した時，地上の弟より若い自分を見出すことになる．

兄の宇宙飛行士は，旅行の際，加速と減速を経験するので，２人の座標系の間には非対称が存在する．そのため，地上の弟が旅行して，兄が静止していたと見なすことはできないと考えられている．

従って，運動した兄の時計は遅れ，兄弟のそれぞれが，自分より若い相手を見出すという有り得ない状況は，回避される．

結局，現在定着している説明は，次のようなものである．

「慣性系に対して運動している第２の時計の座標系が加速度運動を行うため，２つの座標系の間には非対称が存在する．運動したのは明かに第２の時計の座標系であり，第２の座標系の時間の方が遅れる」

しかし，本論は次章の思考実験２において，この説明が適用できない例を提示する．

## Ⅱ．３人の観測者M，Ａ，Ｂによる“３つ児の実験”(思考実験１）と観測者M，Ａ，Ｃによる“３つ児の実験”(思考実験２）

序論にて再確認した“双子のパラドックス”の問題で，兄の宇宙飛行士が経験する加速と減速に関する議論を避けて通りたければ，“３つ児の実験”を扱えば良いことになっている.

そこで，本章では，３つ児を使った思考実験で考察する.

思考実験１…地球上の $x$ 軸のプラス方向に沿って，例えば速度 $3c/5$ で等速度運動するロケットＡを想像しよう．($c$ は光速)

ロケットＡ内の観測者Ａが，地球上の観測者Ｍの前を通過する時，観測者ＭとＡは，自らのストップ・ウォッチＷと $W_A$ をスタートさせる.（図１ａ）

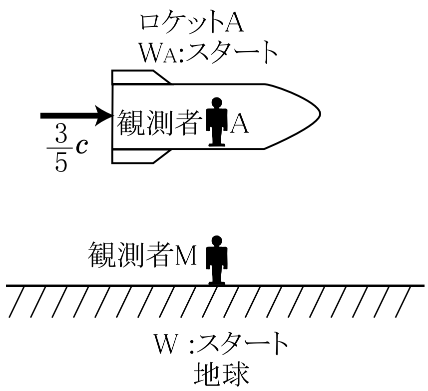


**図１ａ．ロケットＡ内の観測者Ａが，地球上の観測者Mの前を通過する瞬間**
この時, 2 人の観測者は自らのストップ・ウォッチWとW$_A$ をスタートさせる.
本論の思考実験の時計で経過する時間は，特殊相対論を適用して求めることにする．また，本論中のすべての図では , 運動物体の空間収縮は省略した.

その後，ロケットＡは運動を続け，観測者Ｍのストップ・ウォッチＷで 1(秒）が経過した時，前方から走ってきたロケットＢと擦れ違う.（図１ｂ）

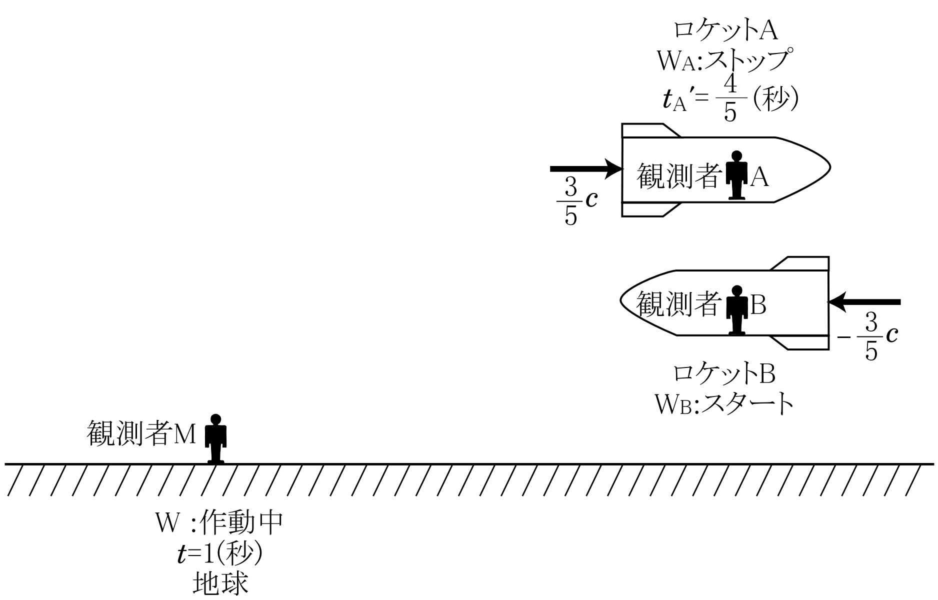


**図１ｂ．ロケットＡが前方から走ってきたロケットＢと擦れ違う瞬間**
この時，観測者Ａは自らのストップ・ウォッチ $W_A$ を止め，観測者Ｂはストップ・ウォッチ $W_B$ をスタートさせる

この時，ロケット A 内の観測者 A はストップ・ウォッチ $W_A$ を止め，ロケット B 内の観測者 B はストップ・ウォッチ $W_B$ をスタートさせる．なお，観測者Mに対するロケット B の速度は，$-3c/5$ とする．

この時，ストップ・ウォッチ $W_A$ で経過した時間を $t_A'$ とし，ストップ・ウォッチ W で経過した時間を $t$ とすると，特殊相対論より，

$$t_A' = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}\, t = \gamma\, t \qquad \text{（Ⅱ 1）}$$

式（Ⅱ 1）の $v$ に，$3c/5$，$t$ に 1 を代入すると，

$$t_A' = 4/5\ \text{（秒）} \qquad \text{（Ⅱ 2）}$$

一方，ロケット B は運動を続け，観測者 M の前を通過する時，観測者 M と B は自らのストップ・ウォッチ W と $W_B$ を止める．（図 1 c）

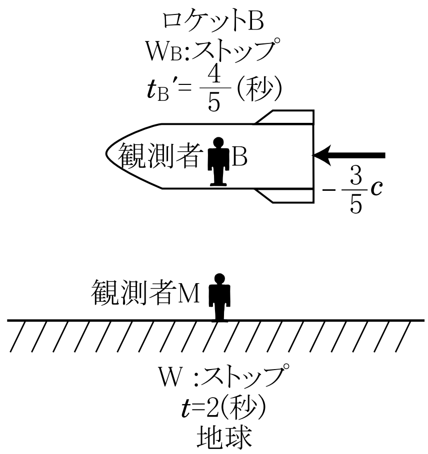


**図 1 c．ロケット B 内の観測者 B が，地球上の観測者 M の前を通過する瞬間**

この時 ,2 人の観測者は自らのストップ・ウォッチ W と $W_B$ を止める．

この間ストップ・ウォッチ W で経過した時間 $t$ は，2（秒）．

一方，ストップ・ウォッチ $W_B$ で経過した時間 $t_B'$ は，$t_A'$ と同じく，4/5（秒）である．

これらの計測値から，ストップ・ウォッチ W で経過した時間 $t$ とストップ・ウォッチ $W_A$，$W_B$ で経過した時間 $t_A'$，$t_B'$ の関係は，

$$t : t_A' : t_B' = 2 : 4/5 : 4/5 \qquad \text{（Ⅱ 3）}$$

この関係を別の形で表現すると，

$$t : (t_A' + t_B') = 1 : 4/5 \qquad \text{（Ⅱ 4）}$$

特殊相対論によれば，地球上の時間の経過に比して，ロケット A と B 内で経過した時間の合計は少なくなる．

これらのことから，特殊相対論はロケットＡとＢ内で経過する時間は，地球上で経過する時間より遅れると結論する.

つまり，思考実験１で扱う“３つ児”の座標系では，「静止系」は地球の座標系であり，「運動系」はロケットＡとロケットＢの座標系となる.

思考実験２…今度はロケットＢの代わりに，ロケットＢとは異なる速度で運動するロケットＣを導入する.

ただし，思考実験１の時と同様に，ロケットＡ内の観測者が，地球上の観測者の前を速度 $3c/5$ で通過した時，２人の観測者は，ストップ・ウォッチＷと $W_A$ を同時にスタートさせておくものとする.（図１ａ参照）

そして，ロケットＣは，観測者Ｍのストップ・ウォッチＷの時間 $t$ が，4/5（秒）の時に，観測者Ｍの前を速度 $\boldsymbol{v}'$ で通過して行く.（図２ａ）

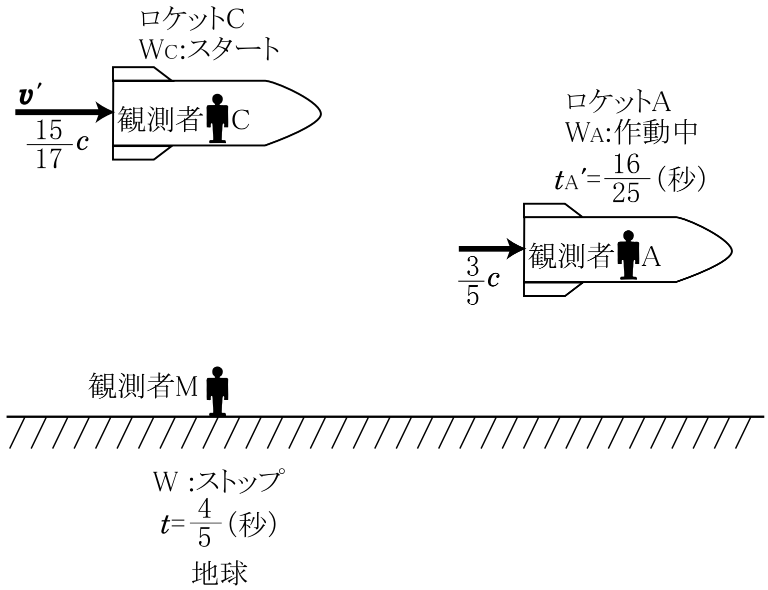


**図２ａ．地球上の観測者Ｍのストップ・ウォッチで４／５（秒）が経過した時，ロケットＣが，速度 $\boldsymbol{v}'$ で観測者Ｍの前を通過する.**
この時，観測者Ｍはストップ・ウォッチＷを止め，観測者Ｃはストップ・ウォッチ $W_C$ をスタートさせる.

ここで，速度 $\boldsymbol{v}'$ とは，ロケットＣがロケットＡ内の観測者Ａに向かって，$3c/5$ の速さで近づいて行く速度である.

次に観測者Ｍが見たロケットＣの速度 $\boldsymbol{v}'$ を求める.

特殊相対論の速度の合成則によれば,

$$v' = (v_1 + v_2)/(1 + v_1 v_2/c^2) \qquad (\mathrm{II}\ 5)$$

この $v_1$ と $v_2$ に，$3c/5$ を代入すると,

$$v' = 15c/17 \qquad (\mathrm{II}\ 6)$$

その後，ロケット C は運動を続け，ロケット A に追い着いた時，観測者 A とロケット C の観測者 C は，それぞれのストップ・ウォッチ $W_A$ と $W_C$ を止める．（図２ b）

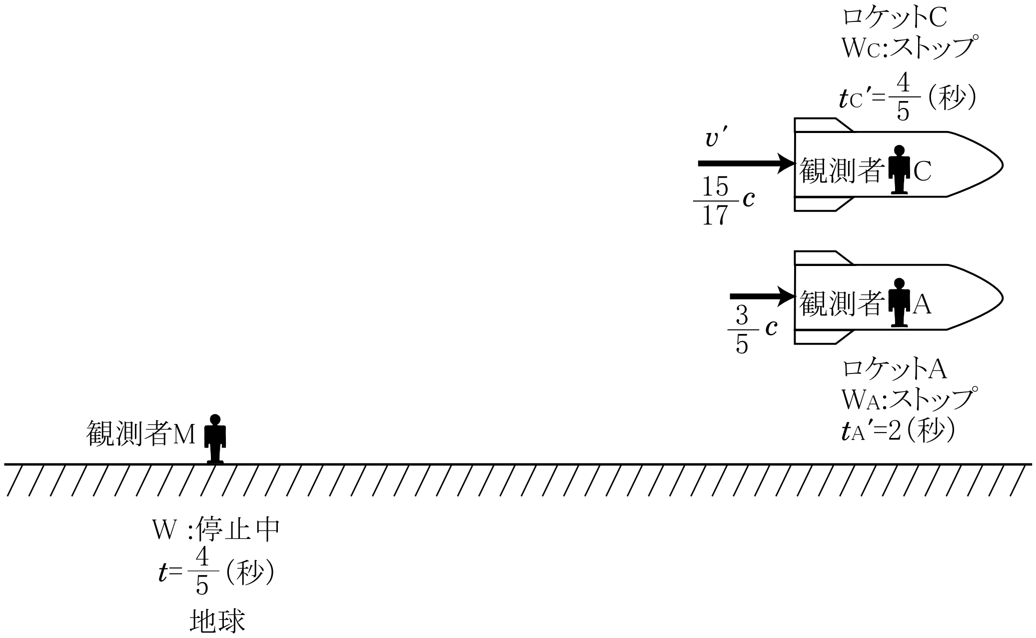


**図２ b．ロケット C が，ロケット A に追いついた瞬間**
この時，観測者 A と C は，それぞれのストップ・ウォッチを止める．
なお，特殊相対論によれば，ロケット C の速度 $15c/17$ は，ロケット C がロケット A に向かって , $3c/5$ の速さで，近づいて行く速度である．

そして，観測者 A は，自らのストップ・ウォッチで経過した時間 $t_A'$ を地球上で経過した時間 $t$ とロケット C 内で経過した時間 $t_C'$ と比較する．

$t_A'$ と $t_C'$ を求めるために，先ず以下で定義する時間 $t_A$ と $t_C$ を求める．

ストップ・ウォッチ A で $t_A'$ が経過した時，ストップ・ウォッチ W で $t_A$ が経過し，ストップ・ウォッチ C で $t_C'$ が経過した時，ストップ・ウォッチ W で $t_C$ が経過したとする．

この時，次の２式が成立する．

$$t_A = t_C + 4/5 \qquad (\text{Ⅱ} 7)$$

$$v\, t_A = v'\, t_C \qquad (\text{Ⅱ} 8)$$

式（Ⅱ８）の $t_C$ に式（Ⅱ７）の $t_C$ を代入し，さらに，$v$ に $3c/5$，$v'$ に式（Ⅱ６）の値を代入すると，

$$t_A = 5/2 \quad (\text{秒}) \qquad (\text{Ⅱ} 9)$$

また，式（Ⅱ７）より，

$t_{\mathrm{C}} = 17/10$　（秒）　　（Ⅱ 10）

従って，ストップ・ウォッチ A で経過した時間 $t_{\mathrm{A}}'$ は，

$t_{\mathrm{A}}' = \gamma^{-1}\quad t_{\mathrm{A}}$　　（Ⅱ 11）

ここで，$\gamma^{-1}$ に，式（Ⅱ 2）から求まる 4/5 をまた，$t_{\mathrm{A}}$ に式（Ⅱ 9）の値を代入すると，

$t_{\mathrm{A}}' = 2$　（秒）　　（Ⅱ 12）

一方，ストップ・ウォッチ C で経過した時間 $t_{\mathrm{C}}'$ は，

$t_{\mathrm{C}}' = \gamma'^{-1} t_{\mathrm{C}}$　　（Ⅱ 13）

ここで，

$\gamma'^{-1} = (1 - v'^2/c^2)^{1/2}$　　（Ⅱ 14）

式（Ⅱ 14）の $v'$ に式（Ⅱ 6）の値を代入すると，

$\gamma'^{-1} = 8/17$　　（Ⅱ 15）

さらに，式（Ⅱ 13）の $t_{\mathrm{C}}$ に式（Ⅱ 10）の値を代入すると，

$t_{\mathrm{C}}' = 4/5$　（秒）　　（Ⅱ 16）

これより，

$t_{\mathrm{A}}' : t : t_{\mathrm{C}}' = 2 : 4/5 : 4/5$　　（Ⅱ 17）

この関係を別の形で表現すると，

$t_{\mathrm{A}}' : (t + t_{\mathrm{C}}') = 1 : 4/5$　　（Ⅱ 18）

加速度運動を行い本来「静止系」と見なすことができないロケット A 内の時間の経過に比して，地球上とロケット C 内で経過した時間の合計は少なくなる．

このことから，特殊相対論は地球上とロケット C 内で経過する時間は，ロケット A で経過する時間より遅れると結論することになる．

以上の考察より，思考実験 1 において地球上の観測者が観測するストップ・ウォッチ $\mathrm{W_A}$ と

$W_B$の時間の遅れの式（Ⅱ３）と，ロケットＡの観測者が観測する地球上とロケットＣ内のストップ・ウォッチＷと$W_C$の時間の遅れの式（Ⅱ 17）は，類似している．

結局，思考実験２は，ロケットＡ内の観測者が，自らを「静止系」とみたてて思考実験１（３つ児の実験 ）を行ったことに対応している．（図３）

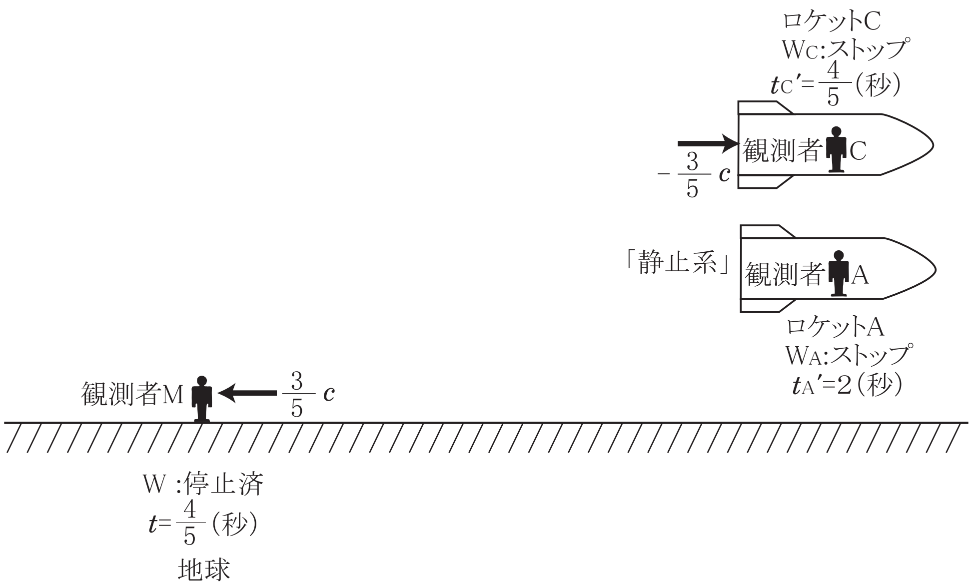


**図３．思考実験２をロケットＡの観測者Ａから見た場合**

この図からも明らかであるが，思考実験２は，ロケットＡの観測者Ａが，自らを「静止系」とみたてて思考実験 1(３つ児の実験）を行ったことに対応している．

また，以下の表のように，思考実験２（図３）の地球の座標系は , 思考実験１におけるロケットＡの座標系に対応し , 同じくロケットＣの座標系は，ロケットＢの座標系に対応していることが分かる．

| 思考実験１（図１） | | 思考実験２（図３） | |
|---|---|---|---|
| 「静止系」 | 地球 | 「静止系」 | ロケットＡ |
| 「運動系」 | ロケットＡ<br>（速度 $3c/5$） | 「運動系」 | 地球<br>（速度 $3c/5$） |
| 「運動系」 | ロケットＢ<br>（速度－ $3c/5$） | 「運動系」 | ロケットＣ<br>（速度－ $3c/5$） |

**表 1．思考実験 1(図１ ) と思考実験 2(図３ ) の「静止系」と「運動系」**

## Ⅲ．結　論

思考実験２の３つの座標系を過去における加速度運動の有無の観点から見ると，「静止系」は地球の座標系であり，「運動系」は，ロケットＡとロケットＣの座標系である．

ところが，時間の遅れの観点からみると，「静止系」はロケットＡの座標系となり，「運動系」は，地球とロケットＣの座標系となる．

思考実験２では，地球上のストップ・ウォッチで経過する時間は，ロケットＡの座標系で経過する時間に比べて遅れると判定されることになるが，地球は過去に，ロケットＡに対して加速度運動を行っていない．

一方，ロケットＡの座標系は，過去に地球に対して加速度運動を行ったにも係わらず，「静止系」と判定されることになる．

それでは，地球の座標系の代わりに，地球に対して等速度運動するロケットMの座標系を導入して，本論思考実験１，２と同様な思考実験を行った場合はどうなるか．（図１，図２，図３で地球をロケットＭに置き代えて想像せよ）

ここで，思考実験１，２に対応する実験を思考実験１′，２′と呼ぶことにする．

この場合，ロケットＭ内の観測者が行う思考実験１′では，ロケットＡとロケットＢの座標系で経過する時間が，ロケットMの座標系で経過する時間に比べて遅れると判定される．このことから，ロケットＭの観測者は，自らの座標系を「静止系」と判断し，ロケットＡとロケットＢの座標系を「運動系」と判断する．

一方，ロケットＡ内の観測者が行う思考実験２′では，ロケットＭとロケットＣの座標系で経過する時間が，ロケットＡの座標系で経過する時間に比べて遅れると判定される．

このことから，ロケットＡの観測者は，自らの座標系を「静止系」と判断し，ロケットＭとロケットＣの座標系を「運動系」と判断する．

ところで，地球の代わりにロケットＭの座標系を導入して思考実験１′と２′を行うためには，ロケットＭ，Ａ，Ｂ，Ｃが事前に地球に対して加速度運動を行い，思考実験を行うための速度に到達していなければならない．

思考実験１′と２′において，４台のロケットの座標系は，地球に対して加速度運動を行ったという意味では，同等であり，これらの座標系の間に非対称は存在しない．

つまり，すべての座標系が加速度運動を行い，座標系の間に非対称が存在しなくても，時間の経過が遅れる座標系が，存在することになる．

このことより，序論で提起した，「第２の時計の座標系が加速度運動を行うために，第１の時計の座標系との間に非対称が生じ，運動した第２の時計の座標系の時間が遅れる」という説明が適用できない状況も存在することが分かった．

従って，本論は“双子のパラドックス”には，従来のものとは異なる説明が必要との結論に到達する．

参考文献

[1] 松田卓也，木下篤哉：パリティ　2000 年３月号，
講座：相対論の正しい間違え方　第 11 回　双子のパラドックス編（Ⅰ），（丸善）
[2] 松田卓也，木下篤哉：パリティ　2000 年４月号
講座：相対論の正しい間違え方　第 12 回　双子のパラドックス編（Ⅱ），（丸善）
[3] Ａ．Ｐ．フレンチ：ＭＩＴ物理「特殊相対性理論」 培風館