お互いに一定の速さで相対運動している二つの座標系における相手の座標系の時間の遅れについて

Ⅰ．序　論

特殊相対論によれば，お互いに一定の速さで相対運動している二つの座標系がある場合，一方の座標系Ａから別の座標系Ｂの物差しの長さを測定したとき，物差しは進行方向に収縮し，経過する時間も遅れる．

別の座標系の物差しの収縮については，すでに別稿で解説したので[1)]，本論では二つの座標系の観測者のそれぞれが観測する別の座標系の時間の遅れについて解説する．

さて，我々の日常の常識（古典物理学）では，座標系Ａから座標系Ｂの時間の経過を観測して座標系Ｂの時間の経過が遅れているとき，座標系Ｂから座標系Ａを見たときには，座標系Ａの時間は，進んでいるはずである．

本論では，特殊相対論では何故この常識が通用せず，お互いに相手の座標系の時間が遅れると判断することになるのか，そのからくりを探ることにする．

Ⅱ．ミンコフスキー時空図を用いた時間の遅れの解明

本論に先立って発表した論文にて，著者はお互いに一定の速さで相対運動している座標系の間の時間の遅れについて考察した．[2)]

本論では，先の論文にて行った思考実験をミンコフスキー時空図を用いて解説するが，その前に先の論文で行った思考実験をここで再確認しておく．

思考実験・・地球上のx軸のプラス方向に沿って，等速度$3c/5$でロケットＡが運動している．ロケットＡ内の観測者Ａが，地球上の観測者Ｍの前を通過するとき，観測者ＭとＡは，自らのストップ・ウォッチＷとW_Aをスタートさせる．（図 1a）

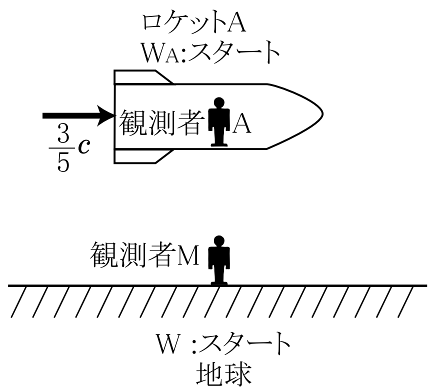

図 1a. ロケットＡ内のストップ・ウォッチ W_A が，地球上のストップ・ウォッチWの前を通過する瞬間

その後，ロケットＡは運動を続け，観測者Ｍのストップ・ウォッチで１秒が経過したとき，前から走って来たロケットＢとすれ違う．（図 1b）

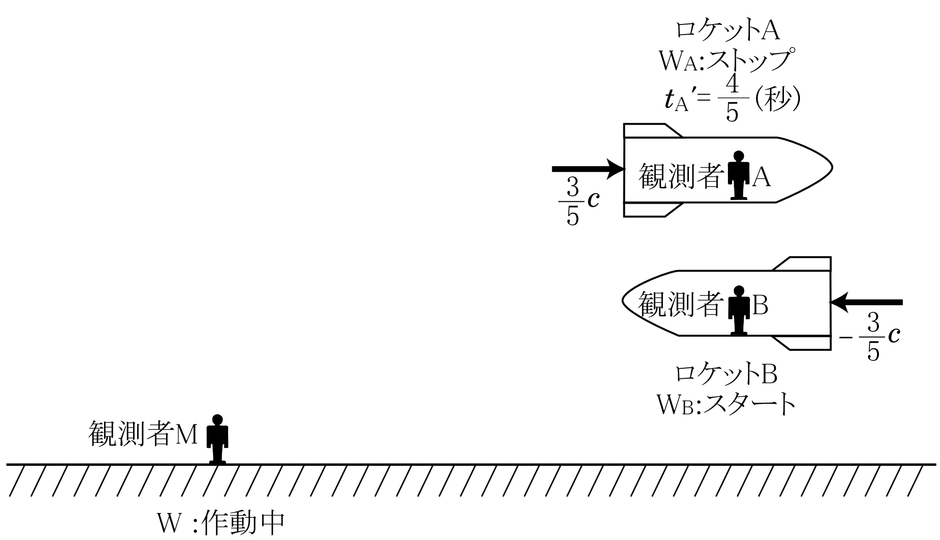

図 1b. ロケットＡが前方から走って来たロケットＢとすれ違う瞬間

このとき，ロケットＡ内の観測者Ａはストップ・ウォッチW_Aを止め，ロケットＢ内の観測者Ｂはストップ・ウォッチW_Bをスタートさせる．（ただし，観測者Mに対するロケットＢの速度は，$-3c/5$とする）

その後ロケットＢは運動を続け，観測者Mの前を通過するとき，観測者MとＢは，自らのストップ・ウォッチＷとW_Bを止める．（図1c）

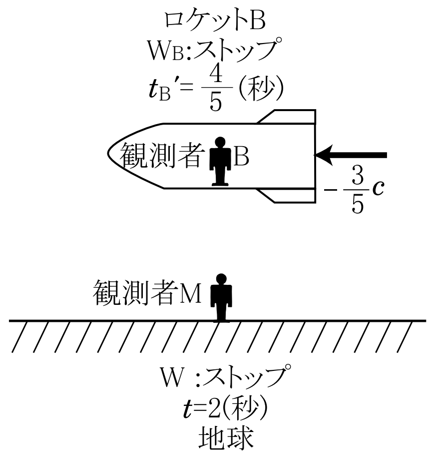

図 1c. ロケットＢ内のストップ・ウォッチW_Bが，地球上のストップ・ウォッチWの前を通過する瞬間

この間，ストップ・ウォッチＷで経過した時間tは，２秒である．

特殊相対論によれば，地球上の観測者Mのストップ・ウォッチで１秒が経過する間にロケットＡ内のストップ・ウォッチW_Aで経過する時間t_A'は，4/5秒，ストップ・ウォッチW_Bで経過する時間t_B'も，t_A'と同じく4/5秒である．

これらの計測値から，地球上のストップ・ウォッチＷで経過した時間tとロケットＡ, Ｂ内のストップ・ウォッチW_AとW_Bで経過した時間t_A'とt_B'の関係は，

$$t:t_A':t_B' = 2:4/5:4/5 \qquad (\text{II } 1)$$

特殊相対論は，ロケットＡ, Ｂ内で経過する時間は，地球上で経過する時間より遅れると結論する．

それでは，一方の座標系（地球）から見て別の座標系（ロケットＡ）の時間の経過が遅れているのに，別の座標系（ロケットＡ）から見た場合，地球の座標系の時間が遅れるのは，なぜか．

正しい理解のために，ミンコフスキー時空図を用いて考察する．（図２）

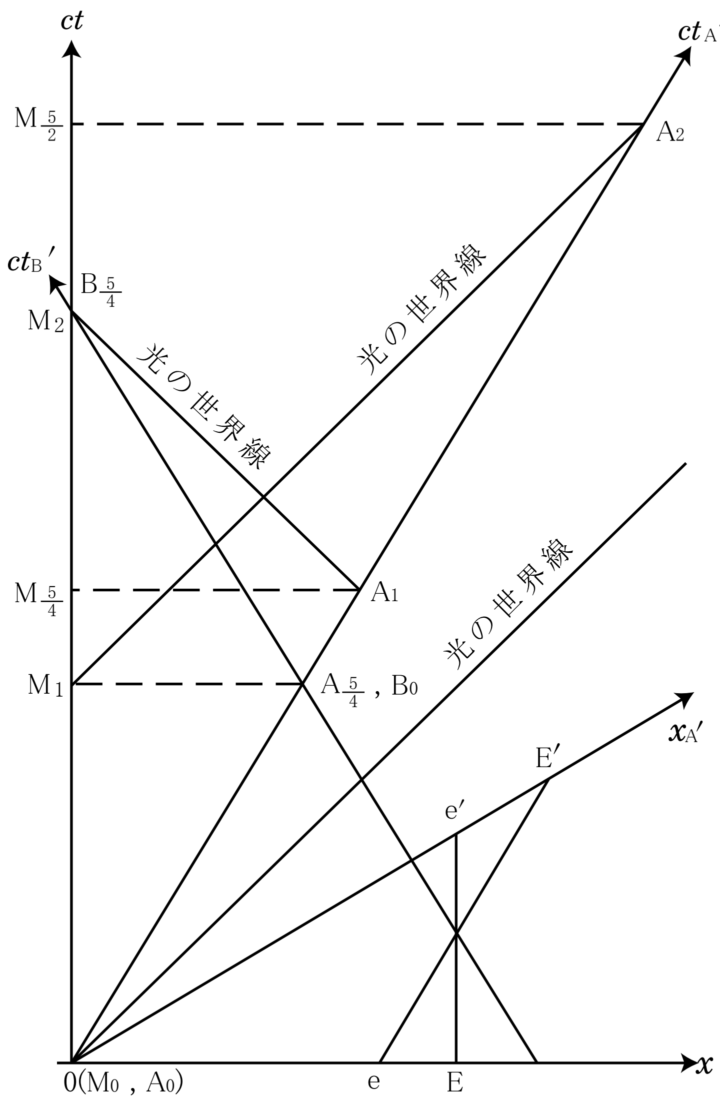

図２. このミンコフスキー時空図は，思考実験（図 1a ～ c) に対応している．

この時空図では，

t:（$t_A{}'$ ＋ $t_B{}'$）＝世界点 M_0 と M_2 の時間間隔 :（世界点 A_0 と $A_{4/5}$ の時間間隔

＋世界点 B_0 と $B_{4/5}$ の時間間隔）

＝ 1:4/5

ミンコフスキー時空図の時空座標の原点Ｏは，地球上のストップ・ウォッチＷと，ロケットＡ内のストップ・ウォッチ W_A が，すれ違ったときの二個のストップ・ウォッチの中点とそれらのストップ・ウォッチの中心に設置されている点光源ＯとＯ′の世界点を示している．

つまり，原点Ｏは，時刻 t ＝０，におけるストップ・ウォッチＷの中点と点光源Ｏの世界点 M_0，および $t_A{}'$ ＝０，におけるストップ・ウォッチ W_A の中点と点光源Ｏ′の世界点 A_0 に対応している．（ただし，世界点 M_0 ，A_0 の添字の“$_0$”は，それぞれ，t ＝０，$t_A{}'$ ＝０を意味するものとする）

直交座標の横軸（x 軸）は，二個のストップ・ウォッチがすれ違ったとき，すなわち，t ＝０における地球上の x 軸を示している．

また，$x_A{}'$ 軸はロケットＡの座標系で操作的に定義されたロケットＡ内の同時刻，すなわち，$t_A{}'$ ＝０におけるロケットＡ内の x 軸を示している．（ただし，$x_B{}'$ 軸については，簡略化のため省

略した）

縦軸（ct軸）は，時間tに光速cを掛けたものであるが，この軸は常に，$x = 0$であることから，地球上のストップ・ウォッチＷの中点と点光源Ｏの世界線を示している．

$ct_A{}'$軸は，ロケットＡ内のストップ・ウォッチW_Aの中点と点光源Ｏ′の世界線を示し，$ct_B{}'$軸は，ロケットＢ内のストップ・ウォッチW_Bの中点の世界線を示している．

さらに，原点Ｏから45度の方向に伸びる直線は，二個の点光源ＯとＯ′が，すれ違ったときにそれぞれの光源から放出された光の世界線を示している．

ＯＥは，ストップ・ウォッチＷで１秒が経過する間に点光源Ｏから放出された光が，地球上のx軸方向に伝播する距離に対応している．

ＯＥ′は，ストップ・ウォッチW_Aで１秒が経過する間に点光源Ｏ′から放出された光が，ロケットＡ内のx軸方向に伝播する距離に対応している．

Ｏｅは，ＯＥ′を地球上の観測者Ｍが測定したときの距離であり，Ｏｅ′は，ＯＥをロケットＡ内の観測者Ａが測定したときの距離である．ただし，Ｅｅ′は，ct軸と平行であり，ｅＥ′は$ct_A{}'$軸と平行である．

したがって，ＯＥ，ＯＥ′，Ｏｅ，Ｏｅ′の関係は，次のようになる．

$$\mathrm{Oe} / \mathrm{OE} = \mathrm{Oe'} / \mathrm{OE'} = \gamma \qquad (\text{Ⅱ}2)$$

ここで，点Ｅの位置を決めると上記の関係に基づき，点ｅ′，ｅ，Ｅ′の位置を決めることができる．

さらに，ＯＥと等しい距離を原点Ｏからct軸上にプロットした点が，$t = 1$（秒）におけるストップ・ウォッチＷの世界点M_1である．

また，ＯＥ′と等しい距離を原点Ｏから$ct_A{}'$軸上にプロットした点が，$t_A{}' = 1$（秒）におけるストップ・ウォッチW_Aの世界点A_1である．

さて，ミンコフスキー時空図において，地球上のストップ・ウォッチＷとロケットＡ内のストップ・ウォッチW_Aで経過する時間の関係は，どのように求めたら良いか．

それを求めるには，x軸と平行な直線が，ct軸と$ct_A{}'$軸で交わる点における時間を比較すれば良い．

例えば，M_1を通過する直線が$ct_A{}'$軸と交わる世界点は，$A_{4/5}$である．

したがって，ストップ・ウォッチＷで，$t = 1$（秒）のときストップ・ウォッチW_Aの時間$t_A{}'$は，

$$t_A{}' = 4/5\text{（秒）} \qquad (\text{Ⅱ}3)$$

この時間には世界点A_0と$A_{4/5}$の間隔が対応している．

いま，ストップ・ウォッチＷの時間が１秒のとき，点光源ＯからロケットＡの点光源Ｏ′に向かって光を放出すると，光は，$t_A{}' = 2$（秒）のときに点光源Ｏ′に到着する．（この光の伝播の状況には，世界線M_1A_2が対応している）

この観測結果は，次のように解釈できる．

地球上のストップ・ウォッチＷで１秒（この時間には，世界点M_0とM_1の間隔が対応してい

る）が経過したときに点光源Oから放出された光は，ミンコフスキー時空図によれば，ストップ・ウォッチWの時間で3/2秒（この時間には，世界点M_1と$M_{5/2}$の間隔が対応している）後に点光源O′に到着する．

この伝播時間の間に，ロケットA内のストップ・ウォッチW_Aで経過する時間は，3γ/2だから，

$$3\gamma/2 = 6/5\text{（秒）} \qquad (\text{Ⅱ}4)$$

この時間には，世界点$A_{4/5}$とA_2の間隔が対応している．

したがって，$t_A{}'=2$（秒）というのは，4/5（秒)[式（Ⅱ3)］と6／5（秒)[式（Ⅱ4)］の合計値である．

すなわち，

$$\begin{aligned} t_A{}' &= \text{世界点}A_0\text{と}A_2\text{の時間間隔} \\ &= (\text{世界点}A_0\text{と}A_{4/5}\text{の時間間隔}) + (\text{世界点}A_{4/5}\text{と}A_2\text{の時間間隔}) \\ &= 4/5 + 6/5 \\ &= 2\text{（秒）} \end{aligned}$$

以上の思考実験の状況は，以下の表で表わすことができる．

観測者	静止系	光の伝播	光源Oから光を放出する時間	光放出時のストップ・ウォッチW_Aの時間 ①	光伝播中にストップ・ウォッチWで経過する時間	光伝播中にストップ・ウォッチW_Aで経過する時間 ②	光が光源O′に到着する時間 ①+②
地球上の観測者M	地球	点光源Oを中心とした球面波	$t=1$（秒）	$t=4/5$（秒）	3/2（秒）	$3\gamma/2=6/5$（秒）	$t_A{}'=2$（秒）

表1．点光源Oから放出された光の伝播の状況を観測者Mが推測する場合

一方，ストップ・ウォッチW_Aの時間$t_A{}'$が1秒のとき，点光源O′から地球上の点光源Oに向かって放出された光は，$t=2$（秒）のときに点光源Oに到着する．（この光の伝播の状況には，世界線A_1M_2が対応している）

この光の放出時間と到着時間の関係は，先の点光源OからO′へ向かって放出された光の伝播のときと対称関係にある．

この伝播の状況を観測者MとAから見た場合について考えよう．

先ず，地球上の観測者Mは，式（Ⅱ3）を考慮して，ストップ・ウォッチW_Aの時間が1秒のときには，自らのストップ・ウォッチWの時間は，5/4秒であると考える．

そして，観測者Mは，点光源O′から放出された光が地球上の点光源Oに到着するのに要する時間は，ストップ・ウォッチWの時間で，3/4秒（この時間には，世界点$M_{4/5}$とM_2の間隔が対応している）であると考える．

ところが，ロケットA内の観測者Aは，ガリレイの「相対性原理」に基づき，自らの座標系を「静止系」とみなすため，点光源O′から放出された光はO′を中心とした球面波として広がると考える[注1)]．

そして，光が点光源O′から放出されたときの地球上のストップ・ウォッチの時間tは，式（Ⅱ3）と同じ4/5（秒）であると結論する。このとき，点光源O′から放出された光は，ストップ・ウォッチW_Aで3/2秒後（この間にストップ・ウォッチWでは，6/5秒が経過する）に，点光源Oに到着すると考える．

点光源O′から放出された光が，点光源Oに到着する過程で観測者MとAが行う判断は，以下の表にまとめることができる.

観測者	静止系	光の伝播	光源O′から光を放出する時間	光放出時のストップ・ウォッチWの時間①	光伝播中にストップ・ウォッチ W_A で経過する時間	光伝播中にストップ・ウォッチWで経過する時間②	光が光源Oに到着する時間 ①+②
地球上の観測者M	地球	点光源Oを中心とした球面波	$t_A' = 1$（秒）	$t = 5/4$（秒）	$3\gamma/4 = 3/5$（秒）	3/4（秒）	$t = 2$（秒）
ロケットAの観測者A	ロケットA	点光源O′を中心とした球面波	$t_A' = 1$（秒）	$t = 4/5$（秒）	3/2（秒）	$3\gamma/2 = 6/5$（秒）	$t = 2$（秒）

表2．点光源O′から放出された光の伝播の状況を観測者MとAが推測する場合

以上の考察より，ロケットA内の観測者Aが，地球上の観測者Mと同様に相手の座標系（地球）のストップ・ウォッチで経過する時間が遅れる，と判断することになる原因を解明できた.

Ⅲ.結論

「光速不変の原理」によれば，光速は，光を放出する光源の速度とは無関係に常に一定の速さで伝播する．したがって，お互いにある相対速度を有する二つの光源OとO′がすれ違った図1aの状況でも，それぞれの光源から放出された光は同じ速さで伝播することになるので，光が二つの光源OとO′を中心に等方的に伝播することは，本来あり得ないことである．ただし，等方的伝播とは，ア・プリオリ（先験的）な意味における球面波としての伝播ということである．

しかし，現代物理学では，光の伝播の等方性や異方性について議論できる理論や実験は存在しない．

そこで，アインシュタインはそれぞれの座標系において，光の信号を用いて独自に自らの座標系の時計の時刻合わせを行う方法を提示したのであるが（“同時刻の操作的定義”），その定義によって合わせられた時計を用いて光の伝播を観測すると，光はそれぞれの座標系の光源を中心とした球面波として伝播することがわかる．

しかし，我々は光が光源に対してア・プリオリな意味において等方的に伝播することと球面波として伝播することとは，必ずしも同義ではないことに注意しなければならない．

等方的伝播は球面波としての伝播を意味するが，球面波としての伝播は必ずしも等方的伝播とは限らないからである．

何故なら，各座標系において光の信号を用いて同時刻を操作的に定義し，その定義された時計を使って光の伝播を観測した場合に，光は光源に対して球面波として伝播するということであるから，ア・プリオリな意味において等方的伝播とはいえない場合でも，アインシュタインが導入した定義によって，光は球面波として伝播することが可能になる．

さらに，このような定義に基づく時計合わせの方法を最終的なものとして受け入れると二つの座標系の時計が時を刻むア・プリオリなテンポの関係を論じることはできなくなる．

その場合には，それぞれの座標系の時計で経過した時間のみを比較することで良しとせざるを得なくなり，すでに本論で議論したように，お互いに相手の座標系の時間の経過が遅れるという結論が導かれることになる．

一方，光の伝播が光源に対して等方的か否かを論ずることができれば，各座標系の時計が時を刻むア・プリオリなテンポの関係まで論ずることができる．すなわち，光が等方的に伝播する座標系は「静止系」とみなすことができ，時計が時を刻むテンポは「運動系」に比べて早いと考えられ，光が異方的に伝播する座標系は「運動系」とみなすことができ，時計が時を刻むテンポは「静止系」に比べて遅いと考えられる．

しかし，光の伝播が等方的か否かを確かめる手段を現代物理学は持ち合わせていないので，現況ではこのような推論は無意味なこととされている．

いずれにしても，各座標系において独自に同時刻を定義したことにより，光が光源に対して球面状に広がることになり，それぞれの観測者が自らの座標系を「静止系」とみなすことになるから，二つの座標系の時計が時を刻むテンポに違いがあったとしても，相手の座標系の時計は常に遅れることになる．

お互いに一定の速さで相対運動している二つの座標系において，それぞれの観測者が相手の座標系の時計の時を刻むア・プリオリなテンポが遅れると判断することなどあり得ないのに，特殊

相対論では，お互いに相手の座標系の時間が遅れると判断することになる原因は，光の伝播が光源に対して等方的か否かについて議論せず，光がそれぞれの座標系の光源を中心とした球面波として伝播しているとみなしたことにある.

特殊相対論は，相手の座標系の時計で経過する時間の遅れは予測するが，光の伝播が等方的伝播か否かを確かめる方法がないことから，二つの座標系の時計が時を刻むテンポの関係にまで言及していない.

結局，お互いの観測者が相手の座標系の時間が遅れると判断することになる原因は，アインシュタインによって導入された“同時刻の操作的定義”によって，各座標系の観測者のそれぞれが，光の信号を用いて独自に同時刻を定義したことにあるのである.

［参照文献］
[1] 須藤晃俊：パリティ　2001年10月号
「反論：相対論の正しい間違え方」への反論
[2] 須藤晃俊：“双子のパラドックス”の新たな問題

注1）

特殊相対論において，光が二つの座標系のそれぞれの光源を中心とした球面波として伝播すると考えることができるのは，各座標系でそれぞれの観測者が光の信号を用いて自らの座標系の同時刻を操作的に定義しているからである.

それぞれの座標系の観測者は，アインシュタインによる“同時刻の操作的定義”を受け入れると光源から放出された光が，ア・プリオリな意味において，光源に対して等方的伝播をするか否かについての議論ができなくなり，光はそれぞれの光源を中心とした球面波として伝播することになる.

なお，アインシュタインによる“同時刻の操作的定義”については，以下の著書を参照していただきたい.

内山龍雄編：「アインシュタイン　相対性理論」（岩波文庫）