基礎物理定数から導くプランク定数

須藤晃俊

Abstract

プランク定数hの値は，電子の静止質量m_e，光速度c，及び電子のコンプトン波長λ_cの積$m_e c\lambda_c$と一致する．

さらに，あらゆる量子の運動量とその量子に付随する波長の積 $p\lambda$は，常に一定の値を取ることが分かる．我々はこの一定値のことをその本質を良く理解することなしに，プランク定数と呼んでいたのである．

本　論

１９００年，プランクは黒体放射の実験値と一致する公式を導く際に，振動数υの調和振動子のエネルギーが，$h\upsilon$ の整数倍に量子化されているという量子仮説を提案したが，プランク定数はそのとき初めて物理学の理論の中に登場した．

このことからプランク定数は量子論の領域を特徴づける基礎物理定数と考えられているが，一般的にはこの定数の正体は良く分っていない．

そこで本論では基礎物理定数であるプランク定数が，他の基本的な物理量を用いて説明できるか否かを考察し，この定数の本質を明らかにする．

先ず，エネルギーと質量の等価を示すアインシュタインの関係式は，次の式で表される．

$$E= mc^2 \tag{1}$$

一方，光量子に関するアインシュタインの関係式は，次の式で表される．

$$E= h\upsilon \tag{2}$$

$$E=pc \tag{3}$$

式(1)は特殊相対論を代表する式であり，式(2)と式(3)は量子力学の基礎となる重要な式である．

いま自由空間に静止している1個の電子の静止質量エネルギーのすべてが，1個の光子として放出される場合を考える．

このとき放出される光子のエネルギーとその波長λ，及び振動数υ の関係は，電子の静止質量をm_eとすると次の式で表される．

$$\begin{aligned} m_e c^2 &= m_e c\lambda\upsilon \\ &= pc \\ &= p\lambda\upsilon \end{aligned} \tag{4}$$

ここで，$m_e c$は放出される光子の運動量である．

一方，次の関係も成立する.

$$m_e c^2 = h\upsilon$$
$$= hc/\lambda \tag{5}$$

式(4)の右辺 1 番目の式と，式(5)の右辺 1 番目の式から，放出される光子の波長は次の式で表される.

$$\lambda = h/m_e c \tag{6}$$

このとき電子から放出される光子の波長は，その定義から電子のコンプトン波長λ_cと一致していることが分かる.

また，式(4)の右辺 2 番目の式と，式(5)の右辺 2 番目の式から，次のド･ブロイの関係式も導ける.

$$p = h/\lambda \tag{7}$$

通常ド･ブロイの関係式は，粒子の波長からその粒子の運動量を求めるときに，また，粒子の運動量から，その粒子に付随する波長を求めるときに利用されている.

しかし，電子の質量，光速度，及び電子のコンプトン波長は直接実験によって計測できる物理量であるが，プランク定数は実験から間接的に決める定数である.

このことから，本論はコンプトン波長はプランク定数よりも本質的な物理量であると予測する.

我々は歴史的には，式(7)よりも式(2)の方を先に導いてしまったために，式(7)を使って粒子の運動量や波長を求める際に，プランク定数hを平然と用いている. しかし，論理的には，プランク定数の値は観測値であるm_eとcとλ_cを使って決定すべきものなのである.

我々はプランク定数を使ってコンプトン波長を導くのではなく，コンプトン波長を使ってプランク定数を導くべきなのである.

そこで，本論は式(6)を次のように書き直すことにする.

$$m_e c\lambda_c = \mathrm{const}$$
$$= h \tag{8}$$

ここで，m_e，c，及びλ_cに次の値を代入する.

$$m_e = 9.1093826 \times 10^{-31} \quad \mathrm{kg} \tag{9}$$
$$c = 2.99792458 \times 10^{8} \quad \mathrm{m/s} \tag{10}$$
$$\lambda_c = 2.426310238 \times 10^{-12} \quad \mathrm{m} \tag{11}$$

すると式(8)の一定値は次のようになる.

$$m_e c\lambda_c = 6.626069346\times10^{-34}\quad \mathrm{J\cdot s} \tag{12}$$

一方，現在採用されているプランク定数は次の値である.

$$h = 6.6260693\times10^{-34}\quad \mathrm{J\cdot s} \tag{13}$$

2 つの値は当然一致している.

ところで式(1)はあらゆる振動数を持つ光子に対して成立するから，式(7)も様々な運動量と波長を持つあらゆる量子に対して成立するよう一般化することができる．その式は次のようになる.

$$\begin{aligned} p\lambda &= \mathrm{const} \\ &= h \end{aligned} \tag{14}$$

式(14)は，光子あるいは電子，陽子等の量子が持つ運動量と，その量子に付随する波の波長の積 $p\lambda$ は，常に一定値 h となると読むことができる.

また，$p\lambda$が常に一定であることから，この値を h と置き式(4)に代入すると，光子のエネルギーは振動数 υ に比例することを示す式(2)が導ける.

ここで重要なのは，$p\lambda$の値が常に一定になることである.

我々は現在まで式(1)と式(2)を用いて式(7)を導いてきたが，本来は式(1)から式(2)と式(7)を導くべきなのである.

従来，式(1)と式(2)は現代物理学の根幹をなす特殊相対論と量子力学の代表的な公式とされ，この 2 式はその重要性において同格と考えられてきた．しかし，本論の考察によれば，より基本的な式は式(1)の方である.

本論は，プランク定数が3つの基礎物理定数の積$m_e c\lambda_c$と一致することを手がかりとし，それを一般化して式(14)の関係を導いた.

そして，あらゆる量子の運動量とその量子に付随する波長の積 $p\lambda$は，常に一定の値を取ることが分かった．その一定値に基礎物理定数の地位を与えるべきかは，再度検討すべき課題である.

しかし，我々は現在その一定値を基礎物理定数とみなし，プランク定数 h と呼んでいるのである.